

106年公務人員特種考試警察人員、一般警察人員考試及106年特種考試交通事業鐵路人員、退除役軍人轉任公務人員考試試題

考試別：鐵路人員考試
等 別：高員三級考試
類 科 別：電力工程、電子工程
科 目：工程數學
考試時間：2小時

座號：_____

※注意：禁止使用電子計算器。

甲、申論題部分：(50分)

- (一)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在申論試卷上，於本試題上作答者，不予計分。
(二)請以藍、黑色鋼筆或原子筆在申論試卷上作答。

一、若 $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$ ，證明 $\mathbf{A}^2 - 4\mathbf{A} + 5\mathbf{I} = \mathbf{0}$ ，並由此計算 \mathbf{A}^3 及 \mathbf{A}^4 。(15分)

二、解微分方程式 $y' + 3x^2y = 6x^2$ ， $y(0) = 7$ (題中 $y' \equiv \frac{dy}{dx}$)。(10分)

三、以傅立葉級數 (Fourier Series) 表示 $f(t)$ ：(10分)

$$f(t) = \begin{cases} t + \pi, & -\pi \leq t \leq 0 \\ -t + \pi, & 0 \leq t \leq \pi \end{cases} ; \quad f(t) = f(t + 2\pi)。$$

四、一隨機變數 X 之機率密度函數為 $P(X = x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}$ ， $x = 0, 1, 2, \dots$ 且 $\lambda > 0$ ，試求：

- (一)期望值 $E(X)$ (5分)
(二)變異數 $\text{Var}(X)$ (10分)

乙、測驗題部分：(50分)

代號：6705

(一)本試題為單一選擇題，請選出一個正確或最適當的答案，複選作答者，該題不予計分。

(二)共20題，每題2.5分，須用2B鉛筆在試卡上依題號清楚劃記，於本試題或申論試卷上作答者，不予計分。

1 下列各向量集合，何者不是 P_2 的一組基底？其中 P_2 為所有2階多項式形成的向量空間。

(A) $1+x+x^2, x+x^2, x^2$

(B) $3+x-4x^2, 2+5x+6x^2, 1+4x+8x^2$

(C) $1-3x+2x^2, 1+x+4x^2, 1-7x$

(D) $1+6x+4x^2, 2+4x-x^2, -1+2x+6x^2$

2 若 $\begin{cases} x_1 = y_1 - 2y_2 + y_3 \\ x_2 = 2y_1 + y_2 - 3y_3 \end{cases}$ ，且 $\begin{cases} y_1 = z_1 + 2z_2 \\ y_2 = 2z_1 - z_2 \\ y_3 = 2z_1 + 3z_2 \end{cases}$ ，又 $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix}$ ，則 M 為何？

(A) $\begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} -1 & 7 \\ -2 & -6 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} -2 & -3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$

3 設 $A = \begin{bmatrix} -3 & 1 & 0 \\ 4 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ ，試求 A 的簡化列梯形式 (reduced row echelon form)：

(A) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -\frac{3}{2} \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -3 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{3} \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{2}{3} \\ 0 & 1 & -\frac{1}{3} \end{bmatrix}$

4 若 $S = \text{span} \{(1,0,0), (0,1,1)\}$ ，亦即 S 為 $(1,0,0), (0,1,1)$ 兩向量所生成 (span) 的子空間，則下列何者為向量 $(2,3,1)$ 在 S 上的正交投影？

(A) $(1,1,1)$

(B) $(2,1,1)$

(C) $(1,2,2)$

(D) $(2,2,2)$

5 設 A, B 均為 $n \times n$ 矩陣，且 $A = B^{-1}$ ，則下列敘述何者錯誤？

(A) $\text{rank}(A) = \text{rank}(B)$

(B) $\det(A) = \det(B)$

(C) $\det(A^{-1}) = \det(B)$

(D) $AB = BA$

6 假設線性轉換 $T: R^3 \rightarrow R^2$ ，已知 $T \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \end{bmatrix}$ ， $T \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$ ， $T \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ ，如果 $T \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} m \\ n \end{bmatrix}$ ，

請問 $m+n=?$

(A) 5

(B) 7

(C) 9

(D) 11

- 7 假設 $\text{Ln}z = \frac{1}{2} + \pi i$ ，求 z 之值為何？（ $\text{Ln}z$ 為 $\ln z$ 之主值（principal value））。
- (A) $e^{\frac{1}{2}}$ (B) $-e^{\frac{1}{2}}$ (C) $-e^{\frac{1}{4}}$ (D) $-e^{\frac{2}{3}}$
- 8 求複變函數積分 $\oint_C \tan(z)dz$ 之值，其中 z 為複數且積分路徑 C 為圓 $|z|=2$ ，以及 $i = \sqrt{-1}$ 。
- (A) $-2\pi i$ (B) $2\pi i$ (C) $-4\pi i$ (D) $4\pi i$
- 9 針對幾何級數（geometric series） $\sum_{n=0}^{\infty} q^n$ 的敘述，其中 q 為複數，下列何者錯誤？
- (A) 若 $|q| < 1$ ，則此級數收斂
- (B) 若 $|q| > 1$ ，則此級數發散
- (C) 若 $|q| = 1$ ，則此級數可能收斂也可能發散
- (D) 若此級數收斂，則其級數和（sum of the series）為 $1/(1-q)$
- 10 求下列微分方程式的特解：
- $y''+4y=0$ 且 $y(0)=3$ ， $y'(0)=-8$
- (A) $y = 3\cos(2x) - 4\sin(2x)$ (B) $y = 2\cos(2x) - 3\sin(2x)$
- (C) $y = 3\cos(3x) - 4\sin(2x)$ (D) $y = 3\sin(2x) - 4\cos(2x)$
- 11 下列微分方程式何者的通解（general solution）為 $y = e^{2x}(1 + c_1 \sin(\sqrt{3}x) + c_2 \cos(\sqrt{3}x))$ ？其中 c_1 及 c_2 為任意常數。
- (A) $y''+y'+7y = 13e^{2x}$ (B) $y''+4y'+7y = 19e^{2x}$ (C) $y''-4y'+7y = 3e^{2x}$ (D) $4y''-16y'+13y = -3e^{2x}$
- 12 下列何者不可能是 $x^2y''+Axy'+By=0$ （ A 和 B 為常數）的解？
- (A) e^x (B) $x\ln(x)$ (C) e^2+x^2 (D) $x^{\sqrt{2}} \cos(5\ln(x))$
- 13 求 $f(t) = t \sin(at)$ 之拉氏轉換式：
- (A) $\frac{2as}{(s+a)^2}$ (B) $\frac{2as}{(s^2+a^2)^4}$ (C) $\frac{2a^2s^2}{(s^2+a^2)^2}$ (D) $\frac{2as}{(s^2+a^2)^2}$

14 函數 $f(t)$ 之拉氏轉換 (Laplace transform) 為 $L\{f(t)\} = \frac{3s^2 - s + 8}{s^3 + 4s^2 - s - 4}$ ，試求 $f(0)$ 之值？

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

15 已知 $f(t)$ 的傅立葉轉換為 $\mathfrak{F}\{f(t)\} = \frac{s}{s^3 + 5s^2 + 1}$ ， $s = j\omega$ 。下列何者正確？

(A) $\mathfrak{F}\{f(-t)\} = \frac{-s}{-s^3 + 5s^2 + 1}$ (B) $\mathfrak{F}\{f(3t)\} = \frac{3s}{27s^3 + 45s^2 + 1}$

(C) $\mathfrak{F}\{f(t-2)\} = \frac{e^{-j(2\pi)s}}{s^3 + 5s^2 + 1}$ (D) $\mathfrak{F}\left\{\frac{d}{dt}f(t)\right\} = \frac{s^2}{s^3 + 5s^2 + 1}$

16 請用級數解法求出微分方程式 $y'' - y' - y = 0$ 之級數解 $y = \sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n$ ，當 $y(0) = 0, y(1) = 1, c_0 + c_1 + c_2 = ?$

- (A) 2.5 (B) 1.5 (C) 0.5 (D) 0.25

17 一週期函數 $f(t) = \begin{cases} 1 & 0 < t < \pi \\ -1 & -\pi < t < 0 \end{cases}$ ，其傅立葉級數表示為 $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nt + b_n \sin nt$ (其中 n 為常數)，下列何者正確？

- (A) $a_0 = 0$ (B) $a_0 = 1$ (C) $a_n = \pi$ (D) $a_n = 2\pi$

18 投擲一公平的錢幣連續 6 次，試求出現正面超過 3 次的機率為何？

- (A) $\frac{7}{32}$ (B) $\frac{11}{32}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{5}{8}$

19 設隨機變數 (random variable) X 和 Y 的聯合機率密度函數 (joint probability density function) 為：

$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} 1/40, & 0 < x < 5 \text{ and } 0 < y < 8 \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases}$ 。則機率 $P[Y \leq 1.2X]$ 之值為何？

- (A) $\frac{5}{16}$ (B) $\frac{3}{8}$ (C) $\frac{5}{8}$ (D) $\frac{3}{4}$

20 假設一隨機變數 X ，其期望值 (expectation value) $\mu_X = 5$ ，變異數 (variance) $\sigma_X^2 = 25$ ；試問一個隨機變數 $Y = (X+5)^2$ ，則此隨機變數 Y 的期望值 μ_Y 為何？

- (A) 30 (B) 50 (C) 100 (D) 125

測驗式試題標準答案

考試名稱：106年公務人員特種考試警察人員、一般警察人員考試及106年特種考試交通事業鐵路人員、退除役軍人轉任公務人員考試

類科名稱：電力工程、電子工程

科目名稱：工程數學（試題代號：6705）

單選題數：20題 單選每題配分：2.50分

複選題數： 複選每題配分：

標準答案：

題號	第1題	第2題	第3題	第4題	第5題	第6題	第7題	第8題	第9題	第10題
答案	C	B	A	D	B	B	B	C	C	A

題號	第11題	第12題	第13題	第14題	第15題	第16題	第17題	第18題	第19題	第20題
答案	C	A	D	D	A	B	A	B	B	D

題號	第21題	第22題	第23題	第24題	第25題	第26題	第27題	第28題	第29題	第30題
答案										

題號	第31題	第32題	第33題	第34題	第35題	第36題	第37題	第38題	第39題	第40題
答案										

題號	第41題	第42題	第43題	第44題	第45題	第46題	第47題	第48題	第49題	第50題
答案										

題號	第51題	第52題	第53題	第54題	第55題	第56題	第57題	第58題	第59題	第60題
答案										

題號	第61題	第62題	第63題	第64題	第65題	第66題	第67題	第68題	第69題	第70題
答案										

題號	第71題	第72題	第73題	第74題	第75題	第76題	第77題	第78題	第79題	第80題
答案										

題號	第81題	第82題	第83題	第84題	第85題	第86題	第87題	第88題	第89題	第90題
答案										

題號	第91題	第92題	第93題	第94題	第95題	第96題	第97題	第98題	第99題	第100題
答案										

備註：