

考試別：國家安全情報人員

等別：三等考試

類科組：電子組

科目：工程數學

考試時間：2小時

座號：\_\_\_\_\_

※注意：禁止使用電子計算器。

甲、申論題部分：(50分)

(一)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在申論試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(二)請以藍、黑色鋼筆或原子筆在申論試卷上作答。

一、試利用拉普拉斯轉換 (Laplace transform) 解微分方程式  $y'' + 2y' + 4y = 7e^{-3t}$ ， $y(0) = y'(0) = 1$ ，其中

$$y' = \frac{dy}{dt}, \quad y'' = \frac{d^2y}{dt^2}。 (15分)$$

二、求下列聯立方程式：
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 = 1 \\ 4x_1 + x_2 + 8x_3 - x_4 = 0 \end{cases}$$
之解。(10分)

三、令  $Z$  為一標準常態分布隨機變數 (standard normal random variable)，其機率密度函數 (probability density function) 為  $f_Z(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}$ ， $-\infty < z < \infty$ ，試求隨機變數  $Y = \frac{1}{Z}$  之機率密度函數。(10分)

四、令  $\Sigma$  是以  $(0,0,0), (0,1,0), (1,0,0), (0,0,1), (1,1,0), (1,0,1), (1,1,1), (0,1,1)$  為頂點之正立方體的表面，若  $\mathbf{n}$  為  $\Sigma$  之外單位法向量，且  $\mathbf{F} = x^2\mathbf{i} + y^2\mathbf{j} + z^2\mathbf{k}$ ，求  $\iint_{\Sigma} \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} d\sigma$ 。(15分)

乙、測驗題部分：(50分)

代號：6307

(一)本測驗試題為單一選擇題，請選出一個正確或最適當的答案，複選作答者，該題不予計分。

(二)共 20 題，每題 2.5 分，須用 2B 鉛筆在試卡上依題號清楚劃記，於本試題或申論試卷上作答者，不予計分。

- 若一曲線  $C$  的位置函數為  $\mathbf{F}(t) = (\cos(t) + t\sin(t))\mathbf{i} + (\sin(t) - t\cos(t))\mathbf{j} + 2t^2\mathbf{k}$ ，其中  $t > 0$ ，其速率為何？  
(A)  $t\cos(t)\mathbf{i} - t\sin(t)\mathbf{j} + 4t\mathbf{k}$  (B)  $t\cos(t)\mathbf{i} + t\sin(t)\mathbf{j} + 4t\mathbf{k}$  (C)  $\sqrt{17}t$  (D)  $17t^2$
- 令向量函數  $\mathbf{F} = [-y, x]$ ，曲線  $C$  為從  $(1,0)$  到  $(-1,0)$  的半圓，則線積分  $\int_C \mathbf{F}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{r}$  之值為何？  
(A)  $3\pi/2$  (B)  $\pi$  (C)  $3\pi/4$  (D)  $2\pi/3$
- 若  $u = x^2y$ ， $\nabla^2 u$  等於：  
(A)  $y$  (B)  $2y$  (C)  $2xy$  (D)  $2x$
- 曲線  $C$  的參數表示式為  $x = \cos(t)$ ； $y = \sin(t)$ ； $z = t$ ，則曲線  $C$  從  $P_1 = (1,0,0)$  到  $P_2 = (-1,0,\pi)$  弧線長 (arc length) 為何？  
(A)  $\sqrt{2}\pi$  (B)  $2\pi$  (C)  $\sqrt{1+\pi^2}$  (D)  $(1+\pi^2)^{3/2} - 1$
- 當矩陣  $A = \begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ ，求  $A$  之特徵值為多少？  
(A) 2, 3 (B) -2, 3 (C) -2, -3 (D) 2, -3
- 設矩陣  $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 8 & -1 \end{bmatrix}$ ，則  $A^3 - 2A^2 - A$  為何？  
(A) 0 (B)  $2A$  (C)  $3A$  (D)  $-3A$
- 當有一矩陣  $A = \begin{bmatrix} 4 & 8 & 12 \\ 5 & 7 & 9 \\ 3 & 6 & 2 \end{bmatrix}$  時，試求  $A$  矩陣的行列式值為何？  
(A) 67 (B) 84 (C) 86 (D) 90
- 複變函數  $f(z) = \frac{-\cos(z-i)}{(z-2i)^3}$  在  $z=2i$  的留數 (residue) 為何？其中  $i = \sqrt{-1}$ 。  
(A)  $\frac{1}{2}\cosh(1)$  (B)  $\frac{1}{2}\sinh(1)$  (C)  $\cosh(1)$  (D)  $\sinh(1)$

(請接背面)

考試別：國家安全情報人員  
等別：三等考試  
類科組：電子組  
科目：工程數學

- 9 假設  $C$  為沿著逆時針方向繞圓周  $|z-2|=2$ ，試求積分  $\int_C \frac{3z^3+2}{(z-1)(z^2+9)} dz$  為何？  
(A)  $\pi i$  (B) 0 (C)  $-\pi i$  (D)  $2\pi i$
- 10 計算  $(1+i)^3$  的值為何？  
(A)  $i^3 - 3i^2 + 3i - 1$  (B)  $i^3 + 1$  (C)  $2i - 2$  (D)  $2i + 4$
- 11 下列何者為一維擴散方程式  $\frac{\partial u}{\partial t} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$  之解的函數？其中  $c$  為一適當的常數。  
(A)  $u = \sin 2t \cos 4x$  (B)  $u = e^t \cos 25x$  (C)  $u = \cos 4t \sin 2x$  (D)  $u = e^{-t} \sin x$
- 12 請問下列何者為  $(1+x)y'' - 4xy' + y = 0$  之奇點 (singular point)？  
(A) 0 (B) -1 (C) 1 (D) -2
- 13 已知  $f(t) = \begin{cases} 0 & t < -\frac{\pi}{2} \\ -1 & -\frac{\pi}{2} < t < 0 \\ 1 & 0 < t < \frac{\pi}{2} \\ 0 & t > \frac{\pi}{2} \end{cases}$ ，求  $f(t)$  的傅立葉積分表示法。  
(A)  $f(t) = \frac{2}{\pi\omega} \int_0^\infty \left(1 - \cos \frac{\pi\omega}{2}\right) \sin \omega t d\omega$  (B)  $f(t) = \frac{2}{\pi\omega} \int_0^\infty \left(1 + \cos \frac{\pi\omega}{2}\right) \sin \omega t d\omega$   
(C)  $f(t) = \frac{2}{\pi\omega} \int_0^\infty \left(1 + \sin \frac{\pi\omega}{2}\right) \sin \omega t d\omega$  (D)  $f(t) = \frac{2}{\pi\omega} \int_0^\infty \left(1 - \sin \frac{\pi\omega}{2}\right) \sin \omega t d\omega$
- 14 當  $m \neq n$  時，下列有關三角正弦與餘弦函數的正交特質 (orthogonality)，何者錯誤？  
(A)  $\int_{-L}^L \cos \frac{m\pi x}{L} \sin \frac{n\pi x}{L} dx = 0$  (B)  $\int_{-L}^L \cos \frac{m\pi x}{L} \sin \frac{m\pi x}{L} dx = 0$  (C)  $\int_{-L}^L \cos \frac{m\pi x}{L} \cos \frac{n\pi x}{L} dx = 0$  (D)  $\int_{-L}^L \cos \frac{m\pi x}{L} \cos \frac{m\pi x}{L} dx = 0$
- 15 一微分方程式  $(1-x^2)y'' - 2xy' + n(n+1)y = 0$  被稱為勒見德方程式 (Legendre's equation)，其中  $n$  為實數，則下列何者不為該方程式的解  $P_n(x)$ ？  
(A)  $P_0(x) = 1$  (B)  $P_1(x) = x$  (C)  $P_2(x) = \frac{1}{2}(3x^2 - 1)$  (D)  $P_3(x) = \frac{1}{3}(5x^3 - x)$
- 16 求  $(1-t)u(1-t)$  之拉普拉斯轉換 (Laplace transform)，其中  $u(t)$  為單位步階函數。  
(A)  $\frac{e^{-s}}{s^2}$  (B)  $\left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s^2}\right)e^{-s}$  (C)  $\frac{1}{s} - \frac{e^{-s}}{s^2}$  (D)  $\frac{1}{s} - \frac{1-e^{-s}}{s^2}$
- 17 連續隨機變數  $X$  與  $Y$  之結合機率密度函數 (joint probability density function) 為  $f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{2}e^{-x}, & \text{if } x > 0, |y| < x \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$ 。已知  $x > 0$ ，試求條件期望值  $E[Y^2 | X=x]$ 。  
(A)  $\frac{x}{2}$  (B)  $\frac{x}{2} + \frac{1}{4}$  (C)  $\frac{x^2}{4}$  (D)  $\frac{x^2}{3}$
- 18 有 1 打雞蛋 (其中有 4 顆雞蛋並未煮熟)，從中隨機取出 2 顆雞蛋，試問這 2 顆雞蛋為全熟之機率為何？  
(A)  $\frac{4}{11}$  (B)  $\frac{5}{12}$  (C)  $\frac{14}{33}$  (D)  $\frac{7}{18}$
- 19 假設從一般的 52 張撲克牌中連續抽取 3 張牌，且所抽取的每張牌都不放回。假設  $D$  表示第 1 張牌是紅色 A 的事件， $E$  表示第 2 張牌是 10 或是 J 的事件， $F$  表示第 3 張牌是大於 3 但是小於 7 的事件。請問事件  $D \cap E \cap F$  會發生的機率為何？  
(A)  $8/5525$  (B)  $12/5525$  (C)  $16/5525$  (D)  $24/5525$
- 20 令  $A = \begin{bmatrix} 3 & 6 & -2 & 7 \\ 3 & 6 & -5 & 4 \\ 1 & 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ ，下列何者為矩陣  $A$  的零空間 (null space) 基底向量 (basis)？  
(A)  $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ -2 \\ 7 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ -5 \\ 4 \end{bmatrix}$  (B)  $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$  (C)  $\begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$  (D)  $\begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix}$

# 測驗式試題標準答案

考試名稱：104年公務人員特種考試司法人員、法務部調查局調查人員、國家安全局國家安全情報人員、海岸巡防人員及移民行政人員考試

類科名稱：電子組(選試英文)

科目名稱：工程數學(試題代號：6307)

單選題數：20題 單選每題配分：2.50分

複選題數： 複選每題配分：

標準答案：

題號	第1題	第2題	第3題	第4題	第5題	第6題	第7題	第8題	第9題	第10題
答案	C	B	B	A	D	B	B	A	A	C

題號	第11題	第12題	第13題	第14題	第15題	第16題	第17題	第18題	第19題	第20題
答案	D	B	A	D	D	D	D	C	A	C

題號	第21題	第22題	第23題	第24題	第25題	第26題	第27題	第28題	第29題	第30題
答案										

題號	第31題	第32題	第33題	第34題	第35題	第36題	第37題	第38題	第39題	第40題
答案										

題號	第41題	第42題	第43題	第44題	第45題	第46題	第47題	第48題	第49題	第50題
答案										

題號	第51題	第52題	第53題	第54題	第55題	第56題	第57題	第58題	第59題	第60題
答案										

題號	第61題	第62題	第63題	第64題	第65題	第66題	第67題	第68題	第69題	第70題
答案										

題號	第71題	第72題	第73題	第74題	第75題	第76題	第77題	第78題	第79題	第80題
答案										

題號	第81題	第82題	第83題	第84題	第85題	第86題	第87題	第88題	第89題	第90題
答案										

題號	第91題	第92題	第93題	第94題	第95題	第96題	第97題	第98題	第99題	第100題
答案										

備註：