

類 科：工業工程

科 目：工程統計學與品質管制

考試時間：2小時

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

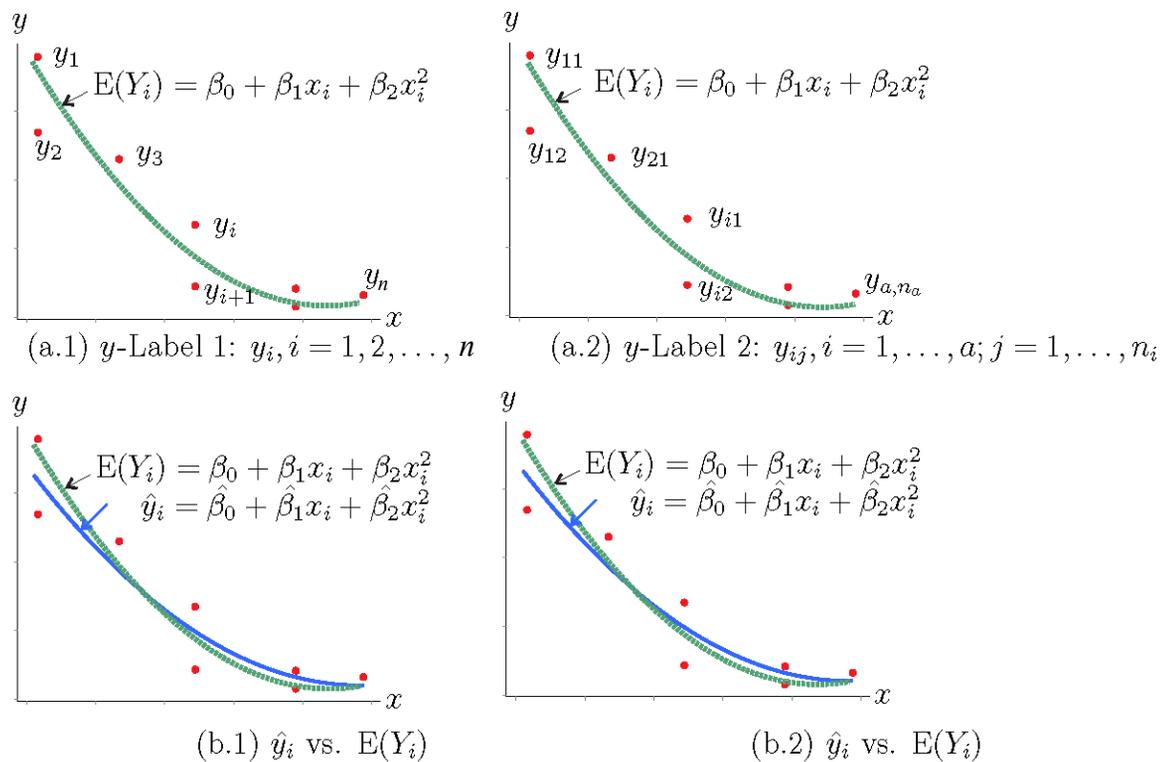
(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

- 一、假設某工廠之生產線一週內產能（所生產產品的個數）為一隨機變數，已知其平均數為400。問題：該週產能超過1000之機率為何？或該機率之上界為何？如果有利用任何定理與公式，請說出定理與公式的名字與內容。（10分）
- 二、1980年初，Motorola公司提出「6個標準差（ 6σ ）」，提升企業的製程品質。就Motorola公司而言：「6個標準差」是一種管理哲學，將製造過程中的變異可能性納入考量，允許品質特性平均值偏離 1.5σ ；也就是品質特性規格在 $\pm 6\sigma$ 時，品質特性平均值偏離 1.5σ ，仍能維持在標準規格上（USL）與下限（LSL）內。問題：以圖形說明此管理哲學觀點。圖形中必須有USL，LSL， μ_0 ， 6σ 與以斜線面積表示機率 $P(X > USL \text{ 或 } X < LSL | \mu = \mu_0 + 1.5\sigma)$ ，其中X為品質特性相關之隨機變數。（10分）
- 三、工廠常以製程能力指標 C_p ， C_{pk} ， C_{pm} ， C_{pkm} 來判斷製程的品質，其中 C_p ， C_{pk} ， C_{pm} ， C_{pkm} 為品管常用與通用的製程能力指標公式，所以在此不給定義。令 X 與 Y 分別代表兩個製程 A, B 的品質隨機變數，又其中 $X \sim \text{Normal}(\mu = 50, \sigma = 5)$ ， $Y \sim \text{Normal}(\mu = 57.5, \sigma = 2.5)$ ，而 μ 與 σ 分別為相關平均數與標準差。令兩製程的上下規格值皆為 $USL = 65$ and $LSL = 35$ 。回答下列各題（須詳列計算過程），其中前4題分別以所列出的單一製程能力指標來判斷兩個製程的品質。（每小題4分，共20分）
- (一) C_p ：(a)製程 A 比 B 優，(b)製程 B 比 A 優，(c)二者品質相同
- (二) C_{pk} ：(a)製程 A 比 B 優，(b)製程 B 比 A 優，(c)二者品質相同
- (三) C_{pm} ：(a)製程 A 比 B 優，(b)製程 B 比 A 優，(c)二者品質相同
- (四) C_{pkm} ：(a)製程 A 比 B 優，(b)製程 B 比 A 優，(c)二者品質相同
- (五)將 C_{pm} 寫成 C_p 的函數，也就是 $C_{pm} = dC_p$ ，其中 d 值為何？
- 四、假如A工廠的出貨規定是：每批產品不良率0.01以下方可出貨。品管工程師某日在某批產品中，隨機抽取100個產品，其中發現2個不良品。我們是否可以藉此判定：此批貨為不良品，因此不許出貨？（以 $\alpha = 0.05$ 為檢定尺度）請依下列步驟作答：（每小題5分，共20分）
- (一)定義符號
- (二)定出虛無假設與對立假設
- (三)將原始統計問題轉換成相關的機率問題
- (四)判定：不許出貨，或准許出貨

(請接第二頁)

類 科：工業工程
科 目：工程統計學與品質管制

- 五、假設自變數（又名獨立變數）（regressor） x 與因變數（又名相依變數） Y 之迴歸模型為 $E(Y|x) = \beta_0 + \beta_1x + \beta_2x^2$ ，其中， $E(Y)$ 為 Y 的期望值，且 $Y \sim \text{Normal}$ 分配。令 $\hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1x_i + \hat{\beta}_2x_i^2$ 為「估計迴歸模型」，其中 $i = 1, 2, \dots, n$ ， n 為總樣本大小。圖一(a.1)(a.2)為兩種描述因變數 y 的符號，其中圖一(a.1)中之下標為1維度， y_1, y_2, \dots, y_n ；圖一(a.2)中之下標為2維度， $y_{ij}, i = 1, 2, \dots, a; j = 1, 2, \dots, n_i; \sum_{i=1}^a n_i = n$ ，又其中圖上的圓點為樣本點。表1為二次迴歸模型之變異數分析（Analysis of Variance, ANOVA）表。
- (一)分別舉出圖一(a.1)(a.2)兩種描述因變數 y 的符號之優點。（4分）
 - (二)將圖一(b.1)畫在試卷上再繪圖說明表1中 ANOVA Table： $SS_{TO} = SS_R + SS_E$ 之幾何意義。（8分）
 - (三)將圖一(b.2)畫在試卷上再繪圖說明表1中 ANOVA Table： $SS_E = SS_{EL} + SS_{EP}$ 之幾何意義。（8分）



圖一 有關二元迴歸圖

表 1: ANOVA Table				
Source	SS	d.f.	MS	F
Regression	SS_R	2	MS_R	$\frac{MS_R}{MS_E}$
Error	SS_E	$n_e = n - 3$	MS_E	
Lack of Fit	SS_{EL}	$n_{el} = n_e - n_{ep}$	MS_{EL}	$\frac{MS_{EL}}{MS_{EP}}$
Pure Error	SS_{EP}	$n_{ep} = n - a$	MS_{EP}	
Total	SS_{TO}	$n - 1$		

(請接第三頁)

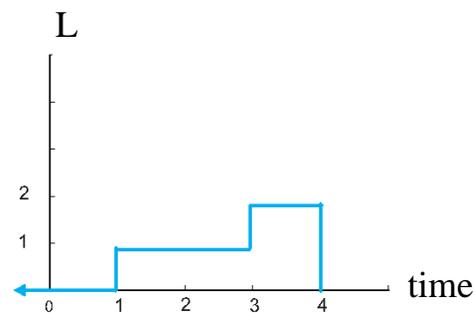
類 科：工業工程

科 目：工程統計學與品質管制

六、考慮一個工廠中原物料 (items) 加工製程。圖二中 x 軸為「時間 (time)」(單位：分鐘)， y 軸為原物料在等候加工之個數 (長度) (queue length, L) 利用圖二計算：
(每小題5分，共10分)

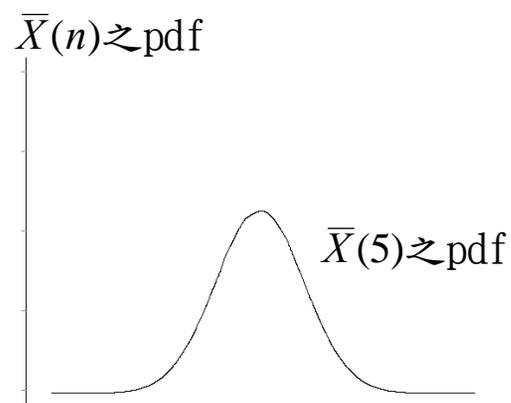
(一) $E(L)$ ，等候加工之個數之期望值 (Expected value of items in Queue)。

(二) $V(L)$ ，等候加工之個數之變異數 (Variance of items in Queue)。



圖二 等候加工之長度

七、令 X 表示某製程的品質之隨機變數， $\bar{X}(n)$ 表示相關樣本數為 n 之樣本平均數 (sample mean)。假設 $X \sim \text{Normal}(\mu, \sigma)$ 。圖三表示 $\bar{X}(5)$ 的機率分配 (probability distribution function)。先將圖三畫在試卷上再畫出 $\bar{X}(10)$ 的機率分配示意圖 (注意：要在同一個圖三上)。(10分)



圖三 $\bar{X}(n)$ 的機率分配圖