

104年公務人員特種考試警察人員、一般警察人員考試及104年特種考試交通事業鐵路人員、退除役軍人轉任公務人員考試試題

代號：20360 全一張  
(正面)

等 別：二等一般警察人員考試

類 科 別：刑事警察人員犯罪分析組

科 目：計算機數學（包括離散數學、機率與統計）

考試時間：2小時

座號：\_\_\_\_\_

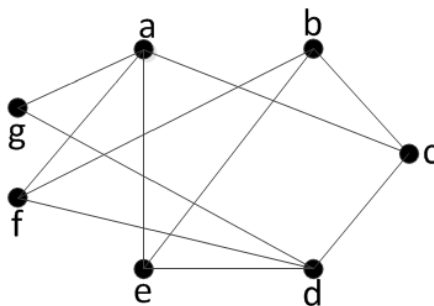
※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

一、請說明歸納證明法的基本概念，並以此概念證明：

$$\sum_{i=1}^n i^3 = \left(\sum_{i=1}^n i\right)^2, n \in \mathbb{N} \text{ (自然數)} \quad (10 \text{ 分})$$

二、請說明 bipartite graph 之定義，並說明下圖是否為 bipartite graph。(10分)



三、請證明  $a_n x^{n-1}$  是  $O(x^n)$ ，其中  $a_n \neq 0$ ， $n$  為大於一的正整數。(10分)

四、請說明中國餘式定理 (Chinese Remainder Theorem)，並以中國餘式定理求解以下題目：  
 $x \equiv 2 \pmod{3}$ ， $x \equiv 1 \pmod{4}$ ， $x \equiv 3 \pmod{5}$ ，求  $x$ 。(10分)

五、我們想計算  $x_0 \times x_1 \times x_2 \times \dots \times x_n$  這  $n+1$  個數的乘積，並定義有  $C_n$  種不同的方式加入左右括號，來表達這些乘法的順序。舉例來說， $C_3=5$ ，因為有五種方式加入左右括號：  
 $((x_0 \times x_1) \times x_2) \times x_3$ ， $(x_0 \times (x_1 \times x_2)) \times x_3$ ， $(x_0 \times x_1) \times (x_2 \times x_3)$ ， $x_0 \times ((x_1 \times x_2) \times x_3)$ ， $x_0 \times (x_1 \times (x_2 \times x_3))$ 。請使用 recurrence equation 來定義  $C_n$ ，並計算出  $C_5$ 。(10分)

六、一個隨機變數 (random variable)  $X$ ，它的機率密度函數為：

$$f(x) = \begin{cases} c(1-x^2) & -1 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}, \text{ 請申論 } X \text{ 的期望值 (expected value) } E[X] \text{ 為何? (10分)}$$

七、一個銅板丟了 1,000 次，結果有 570 次是“頭” (head)，我們是否可有結論說此銅板不是公平的銅板 (fair coin)？請申述之。(10分)

(請接背面)

等 別：二等一般警察人員考試  
類 科 別：刑事警察人員犯罪分析組  
科 目：計算機數學（包括離散數學、機率與統計）

八、在一個謀殺案的陪審團審案（jury trial）例子中，我們的虛無假設（null hypothesis） $H_0$ 和對立假設（alternative hypothesis） $H_a$ 個別是：

$H_0$ ：被告是無辜的（innocent）

$H_a$ ：被告是有罪的（guilty）

(一)法院認定被告是有罪（guilty）的條件是必須要所有的陪審團團員認定被告有罪的情況下，方認定被告有罪。請解釋為何如此設計。（7分）

(二)假使有陪審團在審判開始就對“有罪判決（guilty verdict）”這件事有偏見（也就是對判決有罪這件事反感），這情況下 $\alpha$ 值和 $\beta$ 值是增加還是減少？請說明你的理由。（8分）

（注意：法院判決 not guilty 不表示被告是 innocent，僅表示法院無法超過某程度的懷疑被告是 guilty。）

九、某智慧型手機公司想了解民眾擁有智慧型手機的比例，問了 500 位民眾，其中有 400 位擁有智慧型手機。

(一)從以上資料，粗略估計民眾擁有智慧型手機的比例。（5分）

(二)從粗略估計的比例計算 90% 的信賴空間（計算參考下表），並解釋其結果。（請以  $\sqrt{2}=1.41$ ， $\sqrt{5}=2.24$  計算）（10分）

表  $Z_{\alpha/2}$  之值

信賴程度 100 (1- $\alpha$ ) %	$\alpha$	$Z_{\alpha/2}$
90	.10	1.645
95	.05	1.96
99	.01	2.575