

臺灣警察專科學校 108 學年度專科警員班第 38 期正期學生組新生入學考試乙組數學科試題

壹、單選題：(一) 30 題，題號自第 1 題至第 30 題，每題 2 分，計 60 分。

(二) 未作答者不給分，答錯者不倒扣。

(三) 請將正確答案以 2B 鉛筆劃記於答案卡內。

准考證號：\_\_\_\_\_

- 滿足  $||x-3|-3|\leq 2$  的正整數  $x$  有多少個？  
(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8。
- 設  $a=2\sqrt{2}+\sqrt{3}$ ,  $b=\sqrt{7}+2$ ,  $c=\sqrt{6}+\sqrt{5}$ , 則  $a, b, c$  的大小關係為何？  
(A)  $a>c>b$  (B)  $a>b>c$  (C)  $c>a>b$  (D)  $c>b>a$ 。
- 多項式  $(2x-1)^{10}+(x+10)^9-x+1$  除以  $3(x-1)^{10}$  所得的商式為何？  
(A)  $\frac{1024}{3}$  (B) 1 (C)  $\frac{3^{10}}{2}$  (D)  $\frac{2}{3}$ 。
- 設  $f(x)$  為實係數多項式且  $f(-1+i)=108+i$ , 其中  $i=\sqrt{-1}$ . 則  $f(-1-i)$  的值為何？  
(A)  $-108+i$  (B)  $108-i$  (C)  $-108-i$  (D)  $108+i$ 。
- 設  $x, y$  為相異正實數且皆不為 1, 若  $\log_x y+2\log_y x=3$  且  $xy=64$ , 則  $x+y$  的值為？  
(A) 16 (B) 20 (C) 24 (D) 28。
- 設  $3^x=64$ ,  $4^y=27$ , 則實數  $xy$  的值為何？  
(A) 1 (B) 4 (C) 9 (D) 16。
- 若一個各項均為正數的等比數列，其任一項都等於它後面兩項的和，則此等比數列的公比為何？  
(A)  $\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$  (B)  $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$  (C)  $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$  (D)  $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 。
- 已知一等差數列共有 10 項，且知其奇數項的和為 15, 偶數項的和為 75, 則此數列的公差為何？  
(A) 12 (B) 13 (C) 14 (D) 15。
- 從甲、乙、丙、丁、戊 5 人中選出 3 人擔任不同的班級幹部，則共有多少種方法？  
(A) 10 (B) 60 (C) 120 (D) 125。
- 將 2 個老師及 6 個學生分成 2 組，分別安排到南北兩所學校參加數學競賽，若每一組由 1 個老師及 3 個學生組成，則共有多少種不同的安排方案？  
(A) 20 (B) 40 (C) 80 (D) 160。
- 甲袋中有相同的 4 個球，編號 1 號到 4 號；乙袋也有相同的 4 個球，編號 1 號到 4 號。今從兩袋中各取 1 球，兩球的號碼恰好相同的機率為何？  
(A)  $\frac{1}{16}$  (B)  $\frac{1}{8}$  (C)  $\frac{1}{4}$  (D)  $\frac{1}{2}$ 。
- 已知全校有 52% 是女生，且男生中戴眼鏡者占 35%，女生中戴眼鏡者占 30%。若已知某人戴眼鏡，則此人是女生的機率為何？  
(A)  $\frac{3}{10}$  (B)  $\frac{3}{7}$  (C)  $\frac{12}{23}$  (D)  $\frac{13}{27}$ 。

13. 甲乙丙三人射擊同一靶，設甲乙丙射擊的命中率分別為 $\frac{1}{4}, \frac{1}{3}, p$ ，且三人命中靶面的事件為獨立事件。若三人中只有丙打中的機率為 $\frac{1}{4}$ ，則 $p$ 的值為何？
- (A)  $\frac{1}{6}$                       (B)  $\frac{1}{4}$                       (C)  $\frac{1}{3}$                       (D)  $\frac{1}{2}$ 。
14. 某教師作一實驗重複 100 次得到 100 個長度數據，下列選項何者正確？
- (A) 若改用不同的長度單位，則標準差還是不變  
 (B) 若測得的數據有不同，其標準差必為正數  
 (C) 若實驗次數增加，則變異數必定越來越小  
 (D) 若實驗次數增加，則標準差必定與次數成反比。
15. 已知數據 $X$ 的算術平均數為 $\mu_x = 3$ ，標準差為 $S_x = 2$ ；數據 $Y$ 的算術平均數為 $\mu_y = 4$ ，標準差為 $S_y = 4$ ，且 $Y$ 對 $X$ 的回歸直線通過點 $(6, 10)$ ，求 $X$ 與 $Y$ 的相關係數為何？
- (A) 1                      (B) 0.8                      (C) 0.6                      (D) 0.5。
16. 設 $\tan \theta + \frac{1}{\tan \theta} = \frac{25}{12}$ ，且 $\sin \theta < 0$ ，則 $\sin \theta + \cos \theta$ 的值為何？
- (A)  $\frac{7}{5}$                       (B)  $-\frac{7}{5}$                       (C)  $\frac{1}{5}$                       (D)  $-\frac{1}{5}$ 。
17. 設三角形 $ABC$ 之外接圓半徑為 $\frac{7}{\sqrt{3}}$ ，其中 $\cos A = \frac{1}{7}$ ， $\cos B = \frac{11}{14}$ ，則三角形 $ABC$ 面積為何？
- (A) 10                      (B)  $10\sqrt{2}$                       (C)  $10\sqrt{3}$                       (D)  $10\sqrt{6}$ 。
18. 在三角形 $ABC$ 中， $\overline{BC} = 8$ ， $\overline{CA} = 5$ ， $D$ 為邊 $\overline{BC}$ 上的一點滿足 $\overline{AD} = 4$ ， $\overline{CD} = 2$ ，則 $\overline{AB}$ 為何？
- (A)  $\sqrt{35}$                       (B) 6                      (C)  $\sqrt{37}$                       (D)  $\sqrt{38}$ 。
19. 一直線 $y = ax + b$ 通過第一、二、三象限，則座標 $(a, b)$ 在第幾象限？
- (A) 一                      (B) 二                      (C) 三                      (D) 四。
20. 設 $A(-a, -7)$ 與 $B(-3, -5)$ 為座標平面上兩點， $\theta$ 為直線 $\overline{AB}$ 與 $x$ 軸正向的交角。若 $\tan \theta = -2$ ，則實數 $a$ 為何？
- (A) -4                      (B) -2                      (C) 0                      (D) 2。
21. 在正三角形 $ABC$ 中， $D$ 是 $\overline{BC}$ 上的點，若 $\overline{AB} = 3$ ， $\overline{BD} = 1$ ，則內積 $\overline{AC} \cdot \overline{AD}$ 的值為何？
- (A) 3                      (B)  $\frac{9}{2}$                       (C) 6                      (D)  $\frac{15}{2}$ 。
22. 在平面上，已知點 $P$ 及三角形 $ABC$ 滿足向量 $\overline{PA} + \overline{PB} + \overline{PC} = \vec{0}$ 。若 $\overline{AB} + \overline{AC} = k\overline{AP}$ ，則實數 $k$ 的值為何？
- (A) 2                      (B) 3                      (C)  $\frac{1}{2}$                       (D)  $\frac{1}{3}$ 。
23. 設平面上向量 $\overline{OA} = (5, 12)$ ， $\overline{OB} = (-4, 3)$ ， $\overline{OP} = \frac{15}{13}\overline{OA} + r\overline{OB}$ ，若射線 $\overline{OP}$ 平分銳角 $\angle AOB$ ，則實數 $r$ 的值為何？
- (A) 1                      (B) 2                      (C) 3                      (D) 4。

24. 設向量  $\vec{a}=(2,1,1)$ ,  $\vec{b}=(x,2,-4)$ , 且  $\vec{a}, \vec{b}$  的夾角為  $120^\circ$ , 則實數  $x$  的值為何?  
 (A) 2 (B) -2 (C) 4 (D) -4。
25. 已知向量  $\vec{a}=(1,1,1)$ ,  $\vec{b}=(1,2,3)$ . 若  $\vec{c}=t\vec{a}+\vec{b}$ , 則當  $|\vec{c}|$  的最小值發生時, 實數  $t$  的值為何?  
 (A) -2 (B) 2 (C) -3 (D) 3。
26. 若  $k$  為實數, 且兩平面  $E_1:2x+y=-5$  與  $E_2:x-ky+2z=6$  垂直, 則原點到平面  $E_1, E_2$  的距離之比為何?  
 (A) 2:1 (B)  $\sqrt{5}:1$  (C) 3:2 (D)  $\sqrt{5}:2$ 。
27. 設平面  $E$  上有兩向量  $\vec{a}=(-1,-1,5)$ ,  $\vec{b}=(-4,1,2)$ , 則下列何者為平面  $E$  的一個法向量?  
 (A)  $(-7,18,5)$  (B)  $(7,-18,5)$  (C)  $(7,18,-5)$  (D)  $(7,18,5)$ 。
28. 設  $A$  是二階方陣,  $I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $O = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ , 若  $A^2 - 5A + 6I_2 = O$ , 則下列何者是  $5I_2 - A$  的乘法反方陣?  
 (A)  $\frac{1}{6}A$  (B)  $\frac{1}{5}A$  (C)  $A - 5I_2$  (D)  $A + 5I_2$ 。
29. 若矩陣  $A = \begin{bmatrix} 1 & a \\ b & -1 \end{bmatrix}$  的行列式值  $\det(A) = 1$ , 則行列式  $\det(A - A^{-1})$  的值為何?  
 (A) 2 (B) -2 (C) 4 (D) -4。
30. 設拋物線  $\Gamma: y^2 = 8x$  的焦點為  $F$ ,  $P$  為  $\Gamma$  上的動點,  $A(4, -2)$ . 求  $\overline{PA} + \overline{PF}$  的最小值為何?  
 (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8。

貳、多重選擇題：(一) 共 10 題, 題號自第 31 題至第 40 題, 每題 4 分, 計 40 分。

(二) 每題 5 個選項各自獨立其中至少有 1 個選項是正確的, 每題皆不倒扣, 5 個選項全部答對得該題全部分數, 只錯 1 個選項可得一半分數, 錯 2 個或 2 個以上選項不給分。

(三) 請將正確答案以 2B 鉛筆劃記於答案卡內。

31. 下列選項中的數, 哪些是無理數?

- (A)  $\sqrt{3}$  (B)  $\sqrt{169}$  (C)  $\frac{4\sqrt{2}}{2}$  (D)  $\frac{\sqrt{3}}{4\sqrt{48}}$  (E)  $\pi$ 。

32. 下列各數哪些為正?

- (A)  $\left(\frac{1}{4}\right)^{\sqrt{2}} - \frac{1}{2}$  (B)  $\log_4 9 - \log_{\sqrt{2}} \sqrt{3}$  (C)  $\log_2 \sqrt{3}$  (D)  $1 - \log_3 2$  (E)  $(8!)^9 - (9!)^8$ 。

33. 設數列  $\langle a_n \rangle$  前  $n$  項的和  $S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$ , 且已知  $S_n = 5n^2 + 2n - 6$ , 則下列哪些敘述是正確的?

- (A)  $a_1 = 1$  (B)  $a_2 = 18$  (C)  $a_n = S_n - S_{n-1}$ ,  $n \geq 1$  (D)  $\langle a_n \rangle$  是等差數列 (E)  $a_{10} = 97$ 。

34. 擲一枚均勻硬幣 5 次, 令  $A$  表示有連續三次的投擲中恰好出現「反面、反面、正面」的事件,  $B$  表示有連續三次的投擲中恰好出現「反面、正面、正面」的事件, 選出正確的選項。

(A)  $P(A) = \frac{3}{8}$       (B)  $P(A) = P(B)$       (C)  $P(A \cap B) = 0$       (D)  $P(B|A) = \frac{1}{6}$       (E)  $P(A \cup B) = \frac{5}{6}$ 。

35. 設  $\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$  且  $\sin \theta = -\frac{1}{3}$ ，則下列哪些選項正確？

(A)  $\cos \theta = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$       (B)  $\sin(\pi + \theta) = -\frac{1}{3}$       (C)  $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \frac{1}{3}$       (D)  $\sin\left(\frac{3}{2}\pi - \theta\right) = \frac{2\sqrt{2}}{3}$       (E)  $\tan(\pi + \theta) = \frac{\sqrt{2}}{4}$ 。

36. 下列哪些方程式在座標平面上表示一個半徑大於零的圓？

(A)  $x^2 + y^2 = 1$

(B)  $(x-1)^2 + (y-1)^2 = -1$

(C)  $x^2 + y^2 + 4x - 2y + 5 = 0$

(D)  $(x-9)(x+3) + (y+2)(y-4) = 0$

(E)  $\begin{cases} x = 1 + 3\cos \theta \\ y = 2 + 3\sin \theta \end{cases}, 0 \leq \theta < 2\pi$ 。

37. 設  $x, y, z$  為實數且滿足  $x^2 + y^2 + 2z^2 = 4$ ，若  $x - y + 2z$  的最大值為  $M$ ，最小值為  $m$ ，選出正確的選項。

(A)  $M = 6$

(B)  $m = -4$

(C)  $M + m = 2$

(D)  $M = 6$  時， $(x, y, z) = (1, -1, 2)$

(E)  $m = -4$  時， $(x, y, z) = (-1, 1, -1)$ 。

38. 空間中兩個非零向量  $\vec{a} = (2, 1, -1)$ ， $\vec{b} = (1, 2, 0)$ ，請選出正確的選項。

(A)  $\vec{a} \times \vec{b} = (-2, 1, -3)$

(B)  $\vec{b} \times \vec{a} = -(\vec{a} \times \vec{b})$

(C)  $\vec{a}$  平行  $\vec{a} \times \vec{b}$

(D)  $\vec{b} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) = 0$

(E)  $|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| \times |\vec{b}| \times \sin \theta$ ，其中  $\theta$  為  $\vec{a}, \vec{b}$  之夾角。

39. 設  $A, B, C$  均為二階方陣，則關於矩陣的運算性質，請選出正確的選項。

(A) 若  $AB = AC$  且  $A$  不是零矩陣，則  $B = C$

(B) 若  $AB = O$  (零矩陣)，則  $A = O$  或  $B = O$

(C)  $(AB)C = A(BC)$

(D)  $A^2 - B^2 = (A+B)(A-B)$

(E)  $(A+B) \times C = AC + BC$ 。

40. 設一雙曲線的中心點在原點，貫軸平行  $x$  軸。若  $(3, 6)$  是雙曲線上的一點，則下列哪些點也在雙曲線上？

(A)  $(6, 3)$

(B)  $(3, -6)$

(C)  $(-3, 6)$

(D)  $(-3, -6)$

(E)  $(-6, -3)$ 。

臺灣警察專科學校 108 學年度專科警員班  
第 38 期正期學生組新生入學考試

科目：乙組數學科

標準答案

一、 單選題

題號	第1題	第2題	第3題	第4題	第5題	第6題	第7題	第8題	第9題	第10題
答案	C	D	A	B	B	C	D	A	B	B

題號	第11題	第12題	第13題	第14題	第15題	第16題	第17題	第18題	第19題	第20題
答案	C	D	D	B	A	B	C	C	A	D

題號	第21題	第22題	第23題	第24題	第25題	第26題	第27題	第28題	第29題	第30題
答案	C	B	C	B	A	D	D	A	C	B

二、 多重選擇題

題號	第 31 題	第 32 題	第 33 題	第 34 題	第 35 題
答案	ACE	CD	AE	AB	ACDE

題號	第 36 題	第 37 題	第 38 題	第 39 題	第 40 題
答案	ADE	BE	BDE	CE	BCD