

等 別：三等考試

類 科：統計

科 目：迴歸分析

考試時間：2小時

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

一、簡單線性迴歸模式 $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$ ， $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$ ， $i = 1, 2, \dots, n$ ， ε_i 獨立同分布，試推證：(12分)(一) $Cov(\bar{Y}, Y_i - \bar{Y}) = 0$ (二) (\bar{X}, \bar{Y}) 必定位於樣本迴歸線上。二、假設 $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$ ， $i = 1, 2, \dots, 10$ ， $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$ ，已知數據如下：

$$\sum_{i=1}^{10} X_i = 160, \quad \sum_{i=1}^{10} Y_i = 100, \quad \sum_{i=1}^{10} (X_i - \bar{X})^2 = 200, \quad \sum_{i=1}^{10} (Y_i - \bar{Y})^2 = 1,250,$$

$$\sum_{i=1}^{10} (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y}) = 300, \quad \bar{X} = 16; \quad t_{0.025}(8) = 2.31, \quad t_{0.05}(8) = 1.86,$$

$$t_{0.025}(9) = 2.26, \quad t_{0.05}(9) = 1.83. \quad (30 \text{ 分})$$

(一)試求 β_0, β_1 之最小平方估計值。(二)試求母體標準差 σ 之估計值。(三)在 $\alpha = 0.05$ 之下，請檢定 $H_0: \beta_1 = 0$ v.s. $H_1: \beta_1 \neq 0$ 。(四)試求 $Cov(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1)$ 之估計值。(五)若 $X = 15$ ，試求 $E(Y | X = 15)$ 之 95% 信賴區間。(六)試求判定係數 R^2 之值，並解釋其數值所代表的意義。

三、某連鎖型飲料店希望應用虛擬變數迴歸分析方法，瞭解營業額與地點之關係，以作為行銷策略規劃之決策依據，其地點分為大都會區、市區及郊區等 3 種。(15分)

(一)若以郊區為參照群，請定義虛擬變數。

(二)請寫出母體迴歸模式及基本假設條件。

(三)請說明母體迴歸模式中各迴歸係數之涵義。

等 別：三等考試
類 科：統計
科 目：迴歸分析

四、某房屋仲介公司欲瞭解中古房屋之售價（ Y ，單位：萬元）與地坪（ X_1 ，單位：坪）、建坪（ X_2 ，單位：坪）、屋齡（ X_3 ，單位：年）及所在區域（ X_4 ，1 代表都會區、0 代表非都會區）之關係，其迴歸分析結果如下：

ANOVA

變異來源	自由度	SS	MS	F	顯著值
迴歸	(a)	745528.244	(d)	(e)	0.000
殘差	16	(c)	95.931		
總和	(b)				

	係數	標準誤	t 統計	顯著值
截距	27.092	23.205	1.167	0.260
X_1	19.099	0.696	27.453	0.000
X_2	9.466	0.388	24.408	0.000
X_3	0.258	1.177	0.219	0.829
X_4	9.546	6.132	1.557	0.139

$R^2 =$ (f) ，調整後 $R^2 =$ (g) ，標準誤 = (h)

試根據上述資料及電腦分析結果，回答下列問題：

(一)請寫出樣本迴歸模式。(5分)

(二)請問分析結果的(a)~(h)之值為何？(請四捨五入至小數點後第三位)(8分)

(三)在 $\alpha = 0.05$ 之下，請利用 F 檢定及 t 檢定評斷此樣本迴歸模式之適當性？請寫出各檢定之虛無假設及對立假設並詳述理由。若您認為此樣本迴歸模式不適合，請寫出您的建議模式。(15分)

五、簡單線性迴歸模式 $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$ ，其中 $\varepsilon_i \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma^2)$ ， $i = 1, 2, \dots, n$ ，請證明 β_1 之最小平方估計式 $\hat{\beta}_1$ 亦是最佳線性不偏估計式。(15分)