

等 別：三等考試

類 科：工業工程

科 目：工程統計學與品質管制

考試時間：2 小時

座號：\_\_\_\_\_

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

一、任何一組 $n$ 個隨機抽取的樣本 $X_1, X_2, \dots, X_n$ ，算術平均數為 $\bar{X}$ ，標準差為 $S_x$ ，與任何一組 $n$ 個隨機抽取的數值 $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ 算術平均數為 $\bar{Y}$ ，標準差為 $S_y$ ，做結合運算。假使 $X$ 系列與 $Y$ 系列完全無關，則任何一個 $X$ 系列之數值 $X_i$ 與任何一個 $Y$ 系列之數值 $Y_j$ 之和的算術平均數為 $\bar{X} + \bar{Y}$ ，之差的算術平均數為 $\bar{X} - \bar{Y}$ ，不論是和或是差的標準差皆為 $\sqrt{S_x^2 + S_y^2}$ 。常態分配為一對稱型分配，在平均值上下 1 個標準差，所包括之機率約為 68%，平均值上下 2 個標準差，所包括之機率約為 95%，在平均值上下 3 個標準差，所包括之機率約為 99.7%。自然界和人類社會中的許多現象，例如人的血壓、脈搏、身高、體重等的分布情形，都和常態分布近似。請利用以上的資訊，回答下列的問題：

- (一)小明想了解自己體重的分配，每天於早午晚量測自己的體重，經過一個月後，小明算得自己的體重平均值為 67 kg，標準差為 1 kg。請將小明之體重分布曲線畫出，並請標明平均數與 1 個、2 個和 3 個標準差範圍內的大約機率。(10 分)
- (二)經由一段時期實驗，小華得知自己的體重平均值為 85 kg，標準差也為 1 kg。有一天，小明與小華一起去乘船遊湖，請問他們所乘的船至少需承載何種重量的分布，即此重量的平均值與標準差各是多少和此重量為何種分布？(10 分)

二、如果 $X_i$ 's是任意一個來自一個平均值 (mean) 為 $\mu$ 且變異數 (variance) 為 $\sigma^2$ 之母群體的隨機樣本，該樣本之平均值 (sample mean) 為 $\bar{X}$ ，樣本數為 $n$ ，我們常用下列方程式來描繪樣本之平均值 $\bar{X}$ 之機率分配：

$$P\left(\mu - z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \bar{X} \leq \mu + z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha$$

如果將此方程式重新排列成下列之方程式：

$$P\left(\bar{x} - z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha$$

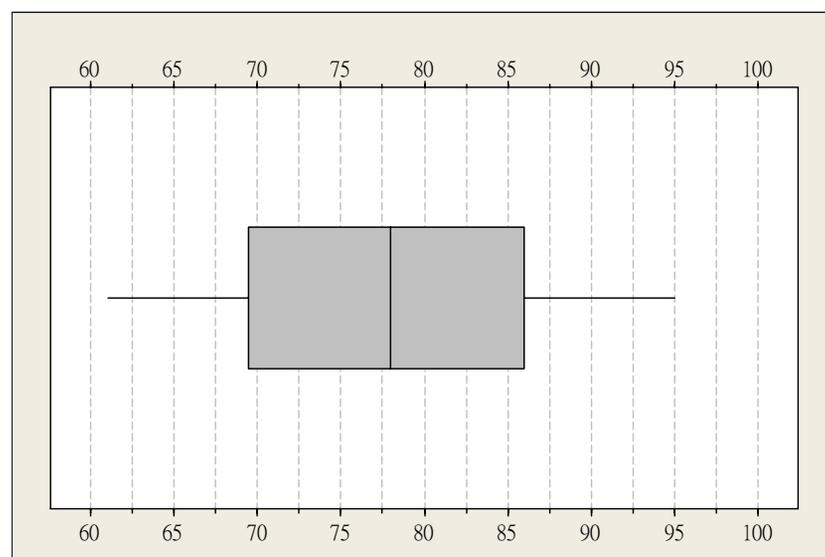
此方程式我們稱之為母群體平均值 $\mu$ 之 100 (1- $\alpha$ ) % 信賴區間，(一)請問所謂的 100 (1- $\alpha$ ) % 信賴區間是下面四個解釋的那一個？(1)此區間包含 100 (1- $\alpha$ ) % 的 $\bar{X}$ 的可能值。(2) $\mu$  出現在此區間的機率是 100 (1- $\alpha$ ) %。(3)此區間包含 100 (1- $\alpha$ ) % 的 $\mu$ 。(4) $\mu$  是一個統計值且其被包含在此區間的機率為 100 (1- $\alpha$ ) %。(10 分)(二)當 $n=100$ ， $\bar{X}=5$ ， $\sigma=1$ 時，請計算出母群體的平均值 $\mu$ 之 95% 信賴區間。(15 分)

注意： $Z_{0.025}=1.96$ ， $Z_{0.05}=1.645$

(請接背面)

等 別：三等考試  
類 科：工業工程  
科 目：工程統計學與品質管制

- 三、由於淡水魚養殖場時有汞污染的報導，行政院衛生署對於淡水養殖的魚的檢驗標準為在魚肉組織內必須低於 0.4 ppm，才不會造成對人體的傷害。今在某養殖場內檢驗 100 條養殖魚，其樣本平均汞含量為 0.3 ppm，樣本標準差為 0.1 ppm，樣本為常態分配。為了避免造成不幸事件，(一)請利用樣本所得的數據建立該養殖場內的魚所含汞之 95%信賴區間。(10 分)(二)依據前所建立的信賴區間，你認為該養殖場是否應該通過行政院衛生署的檢驗，說明原因。(5 分)注意： $Z_{0.025}=1.96$ ,  $Z_{0.05}=1.645$
- 四、請觀察以下的盒鬚圖 (box-and-whisker plot)，(一)估計此圖中的數據的第 1 四分位數  $Q_1$ 、第 2 四分位數  $Q_2$  (即中數)、與第 3 四分位數  $Q_3$  各為何？(15 分)(二)你認為此數據是否來自常態分配？請解釋為什麼？(10 分)(三)列出此圖中的近似最大值與最小值。(5 分)



- 五、統計上的參數的信賴區間的建立或執行假設檢定，所針對的隨機樣本 (a random sample)，其母群體 (population) 必須來自常態分配，但自然界的確存在非常態分配的母群體。請說明為什麼當母群體非來自常態分配時，只要隨機樣本的樣本數  $N \geq 40$  時，我們本著中央極限定理仍然可以由其隨機樣本，建立信賴區間、或執行假設檢定。(10 分)