

100 年特種考試地方政府公務人員考試試題

代號： 33970 全一張
34170 (正面)

等 別：三等考試
類 科：電力工程、電子工程、電信工程
科 目：工程數學
考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：禁止使用電子計算器。

甲、申論題部分：(50 分)

- (一)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在申論試卷上，於本試題上作答者，不予計分。
(二)請以藍、黑色鋼筆或原子筆在申論試卷上作答。

一、求解微分方程式 $(2x - 4y + 1)y' + x - 2y = 0$ ，其中 $y' = \frac{dy}{dx}$ 。(15 分)

二、請找出複數平面上函數 $f(z) = -z \operatorname{Im}(z^2)$ 可以微分的全部點，並證明之，其中 $\operatorname{Im}(z^2)$ 為 z^2 的虛部。(10 分)

三、已知 $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$ 和一矩陣集合 $S = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \right\}$ ，

- (一)證明 S 內之 4 個矩陣為線性獨立。(5 分)
(二)把 A 表示成 S 內之 4 個矩陣的線性組合。(10 分)

四、請找出表面方程式 $S: x^4 + y^4 + z^4 = 18$ 在點 $p = (2, -1, 1)$ 的單位法向量 (unit normal vector) 及切面 (tangent plane) 方程式。(10 分)

乙、測驗題部分：(50 分)

代號：7339

- (一)本測驗試題為單一選擇題，請選出一個正確或最適當的答案，複選作答者，該題不予計分。
(二)共 20 題，每題 2.5 分，須用 2B 鉛筆在試卡上依題號清楚劃記，於本試題或申論試卷上作答者，不予計分。

- 考慮 $x > 0$ 。設 y_1 及 y_2 為 $x^2 y'' + 2xy' + (x+2)y = 0$ 的解。又知 $y_1(1) = 0$ 、 $y_1'(1) = 1$ 、 $y_2(1) = 2$ 及 $y_2'(1) = e^2$ 。下列何者為 y_1 及 y_2 的 Wronskian?

(A) $\frac{2}{x^2}$ (B) $-\frac{2}{x^2}$ (C) $2x^2$ (D) $-2x^2$
- 下列何者不是白努利 (Bernoulli) 方程式?

(A) $y' + 2xy = xy^2$ (B) $y' + 2x^2 y = xy^3$ (C) $y' + 2y = y^2$ (D) $y' + 2xy^2 = xy^3$
- 若 $[x \cos(x+y) + g(x,y)]dx + x \cos(x+y)dy = 0$ 是正合 (exact) 微分方程式，則 $g(x,y)$ 可為何?

(A) $\cos(x+y)$ (B) $x \sin(x+y)$ (C) $1 + x \cos(x+y)$ (D) $x + \sin(x+y)$
- 若 $F(s)$ 為 $f(t)$ 之拉普拉斯 (Laplace) 轉換， $F(s) = \frac{1}{s^2(s-a)}$ 則 $f(t)$ 為何?

(A) te^{at} (B) te^{-at} (C) $\frac{1}{a^2}(e^{at} - at - 1)$ (D) $\frac{1}{a^2}(e^{at} + at + 1)$
- 求解微分方程 $y' = y \tan x$, $y(0) = \frac{\pi}{3}$ ，其解為何?

(A) $y = \frac{\pi}{3} \sec x$ (B) $y = \frac{3\pi}{2} \sec x$ (C) $y = \frac{\pi}{3} \cos x$ (D) $y = \frac{\pi}{3} \tan x$
- 請找出何者為曲線 $y = \frac{c}{x^2}$ 的正交曲線?

(A) $x^2 + 2y^2 = k$ (B) $x^2 - 2y^2 = k$ (C) $x^2 - 2y^2 + x = k$ (D) $x^2 - 2y^2 - x = k$
- 有一個線性轉換 $T(x_1, x_2, x_3) = (2x_1 + 3x_2 + x_3, 3x_1 + 3x_2 + x_3, 2x_1 + 4x_2 + x_3)$ ，下面那一項是 $T^{-1}(x_1, x_2, x_3)$?

(A) $(x_1 + x_2, x_1 + x_3, 6x_1 + 2x_2 - 3x_3)$ (B) $(-x_1 + x_2, -x_1 + x_3, 6x_1 + 2x_2 - 3x_3)$
(C) $(x_1 + x_2, x_1 + x_3, 6x_1 - 2x_2 - 3x_3)$ (D) $(-x_1 + x_2, -x_1 + x_3, 6x_1 - 2x_2 - 3x_3)$

(請接背面)

等 別：三等考試
類 科：電力工程、電子工程、電信工程
科 目：工程數學

- 8 向量 $w = [5 \ -5 \ 2]$ 以 $B = \{[\frac{3}{5} \ \frac{4}{5} \ 0], [\frac{-4}{5} \ \frac{3}{5} \ 0], [0 \ 0 \ 1]\}$ 當作基底的三維座標為：
- (A) $\begin{bmatrix} -1 \\ -7 \\ 2 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 1 \\ -7 \\ 2 \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} 1 \\ 7 \\ -2 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} -1 \\ -7 \\ -2 \end{bmatrix}$
- 9 若 A 為對稱矩陣，下列敘述何者錯誤？
- (A) $A = A^T$ (B) A 可對角化
(C) A 的所有特徵值均為實數 (D) 若 A 之特性方程式有重根時， A 不一定可對角化
- 10 若 0 為矩陣 $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & \alpha & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ 的特徵值，請問 α 為何值？
- (A) 1 (B) $\frac{3}{2}$ (C) 2 (D) $\frac{5}{2}$
- 11 兩連續隨機變數 X 、 Y 之結合機率密度函數 (joint probability density function) 為 $f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{8}(x+y), & 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 2 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$ ，則協方差 (covariance) $\text{Cov}(X, Y) = ?$
- (A) $-\frac{1}{36}$ (B) $-\frac{3}{28}$ (C) $-\frac{5}{24}$ (D) $-\frac{1}{39}$
- 12 考慮一波式 (Poisson) 分布之離散隨機變數 (discrete random variable) X ，其值為 k 之機率是 $P\{X = k\} = e^{-3} \frac{3^k}{k!}$ ， $k = 0, 1, 2, \dots$ ，試求其均值 (mean) $E\{X\} = ?$
- (A) 3 (B) 6 (C) 9 (D) 12
- 13 一公正的骰子被擲 10 次，若點數 2 出現 3 次之機率為 $(\frac{10!}{a!b!})(\frac{c^d}{6^{10}})$ ，則 $a+b+c+d = ?$
- (A) 15 (B) 20 (C) 21 (D) 22
- 14 求 $\lim_{z \rightarrow 0} \frac{1 - \cos z}{z^2} = ?$
- (A) $\frac{1}{2}$ (B) 1 (C) 2 (D) 4
- 15 請計算 $(1 + \sqrt{3}i)^{\frac{1}{2}}$ 之值，其中 $i = \sqrt{-1}$ 。
- (A) $\sqrt{\frac{3}{2}} - i\sqrt{\frac{1}{2}}$ (B) $\sqrt{\frac{3}{2}} + i\sqrt{\frac{1}{2}}$ (C) $\sqrt{\frac{1}{2}} + i\sqrt{\frac{3}{2}}$ (D) $\sqrt{\frac{1}{2}} - i\sqrt{\frac{3}{2}}$
- 16 令 $f(z) = |z|^2$ 為一複數函數，則下列的敘述何者錯誤？
- (A) $f(z)$ 是一連續函數 (B) $f(z)$ 在 $z = 0$ 可微分 (C) $f(z)$ 在 $z = 0$ 可解析 (D) $f(z)$ 在 $z = 1$ 不可微分
- 17 假設路徑 C 為一逆時針方向的單位圓 $|z| = 1$ ，試求 $\int_C z^2 \sin(\frac{1}{z}) dz$ 之值為何？
- (A) 0 (B) πi (C) $\frac{-\pi i}{3}$ (D) $\frac{\pi i}{2}$
- 18 向量場 $\mathbf{F} = xy\mathbf{i} + (zx - \sin(y))\mathbf{j} + yz\mathbf{k}$ 在點 $p = (-1, 0, 1)$ 的旋度 (curl) 為何？
- (A) $\mathbf{i} - \mathbf{j} + \mathbf{k}$ (B) $2\mathbf{i} + 2\mathbf{k}$ (C) $2\mathbf{i} + \mathbf{j} - \mathbf{k}$ (D) $2\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$
- 19 有一曲線之參數方程式為 $x = 10 \sin t$ ， $y = 10 \cos t$ ，其中 $-\frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{\pi}{2}$ ，請問該曲線弧長為何？
- (A) 5π (B) 10π (C) 15π (D) 20π
- 20 有三個向量 $\vec{a} = [-1, 2, 0]$ ， $\vec{b} = [2, 3, 1]$ ， $\vec{c} = [5, -7, 2]$ ，求 $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c} = ?$
- (A) 11 (B) -11 (C) 10 (D) -10

測驗式試題標準答案

考試名稱：100年特種考試地方政府公務人員考試

類科名稱：電力工程、電子工程、電信工程

科目名稱：工程數學（試題代號：7339）

題 數：20題

標準答案：

題號	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
答案	B	D	D	C	A	B	D	A	D	B	A	A	D	A	B	C	C	B	B	B

題號																				
答案																				

題號																				
答案																				

題號																				
答案																				

題號																				
答案																				

備 註：