

等 別：四等考試

類 科：天文

科 目：微積分

考試時間：1 小時 30 分

座號：\_\_\_\_\_

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

下列各題必須詳列解題過程：

一、請計算下列各極限：

$$(一) \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^{10} + 4x^5 + x^5} \quad (10 \text{ 分})$$

$$(二) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \int_2^{2+5x} \sqrt{1+t^2} dt \quad (10 \text{ 分})$$

二、請計算下列各積分：

$$(一) \int_0^1 \frac{dx}{x^2 + x + 1} \quad (10 \text{ 分})$$

$$(二) \int_C \sqrt{1+x^2} dx + 2xy dy, \text{ 其中 } C \text{ 為以 } (0,0) \text{ 為出發點，沿著 } y = x^2 \text{ 到達 } (1,1) \text{ 後，再沿著一條直線返回 } (0,0) \text{ 的封閉曲線。} \quad (10 \text{ 分})$$

三、請問  $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 2$  恰有多少個實根？請證明。(10分)四、請證明  $\pi = 4 - \frac{4}{3} + \frac{4}{5} - \frac{4}{7} + \frac{4}{9} - \frac{4}{11} + \dots$ 。(提示： $\tan^{-1} 1 = \frac{\pi}{4}$ ) (15分)五、已知  $S$  表示一個為  $y = -x^2 + 2x$  及  $y = 2x^2 - x^3$  完全包圍的區域，請計算  $S$  的面積。(15分)六、請求出函數  $f(x, y) = x^2 + y^2 - 2x - 2y + 4$  在區域  $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 25\}$  中之絕對極大值及絕對極小值。(20分)