

101年特種考試地方政府公務人員考試試題

代號：41460
41660
44160
全一張
(正面)

等 別：四等考試

類 科：統計、經建行政、交通技術

科 目：統計學概要

考試時間：1小時30分

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

一、某一鄉公所招考清潔隊員，考生被要求參加一項體能測驗。20個考生的測驗成績（以分鐘計）如下所列：

25 27 30 33 30 32 30 34 30 27

26 25 29 31 31 32 34 32 33 30

(一)求平均數。(5分)

(二)求中位數。(5分)

(三)求眾數。(5分)

(四)求標準差。(5分)

二、某家醫院接受的流感疫苗有 $\frac{3}{5}$ 來自公司甲和 $\frac{2}{5}$ 來自公司乙。每批流感疫苗有許多瓶針劑。來自公司甲的疫苗針劑有 2% 是無效的，而公司乙的有 3% 無效。這家醫院從送來的一批流感疫苗中檢驗了 25 瓶隨機選取的針劑並且發現 2 瓶是無效的。則該批疫苗是來自公司乙的條件機率為何？(10分)

三、令 X 為一個混合隨機變數具有分配函數

$$F(x) = \begin{cases} 0 & , x < 0 \\ \frac{x^2}{4} & , 0 \leq x < 1 \\ \frac{(x+1)}{4} & , 1 \leq x < 2 \\ \frac{4}{4} & , 2 \leq x \end{cases}$$

(一)小心地描繪出 $F(x)$ 的圖形。(10分)

(二)求 X 的平均數。(10分)

101年特種考試地方政府公務人員考試試題

41460 全一張
代號：41660 (背面)
44160

等 別：四等考試
類 科：統計、經建行政、交通技術
科 目：統計學概要

四、假設王先生的牧場飼養了一群乳牛，每頭乳牛一年所生產的乳脂重量為隨機變數 X (以公斤為單位) 具有常態分配 $N(\mu, \sigma^2)$ 。他記錄了其中 10 頭乳牛在去年一年的乳脂產量如下：

480 520¹ 490 540 500 470 530 480 510 480

- (一) 計算 μ 的一個估計值。(5 分)
(二) 計算 σ 的一個估計值。(5 分)
(三) 求 μ 的一個 90% 信賴區間。(10 分)
(四) 求 σ 的一個 90% 信賴區間。(10 分)

註：

- (1) 自由度 9 的 t 分配的第 95 個百分位數為 $t_{0.05}(9) = 1.833$
(2) 自由度 9 的卡方分配的第 5 個百分位數為 $\chi_{0.95}^2(9) = 3.325$ 且第 95 個百分位數為 $\chi_{0.05}^2(9) = 16.92$

五、利用下列已由 MINITAB 統計軟體執行單線性迴歸分析個案所得變異數分析 (ANOVA) 表回答下列問題：

變異來源	自由度(df)	平方和(SS)	平均平方和(MS)	F 比值	p-值
迴歸	1	191601	191601	22.59	0.001
殘差	10	84834	8483		
總和	11	276435			

- (一) 此線性迴歸模型的判定係數 R^2 為何？(5 分)
(二) 此線性迴歸模型的估計標準差 S_e 為何？(5 分)
(三) 在檢定水準 $\alpha = 0.05$ 下，此線性迴歸模型是顯著的嗎？(須說明理由)。(10 分)

申論題解答

擬答：先將個數依大小排好：

25,25,26,27,27,29,30,30,30,30,30,31,31,32,32,32,33,33,34,34

$$(一) \text{平均數} = \frac{25 + 25 + 26 + \dots + 34}{20} = 30.05$$

$$(二) \text{中位數} = \frac{30 + 30}{2} = 30$$

$$(三) \text{眾數} = 30$$

$$(四) \text{標準差} = \sqrt{\frac{1}{n-1} [\sum (x_i - \bar{x})^2]} = 2.7999059$$

擬答：若抽出無效者都為公司甲，機率為：

$$C_2^{25} (0.02)^2 (0.98)^{23} = 0.075402$$

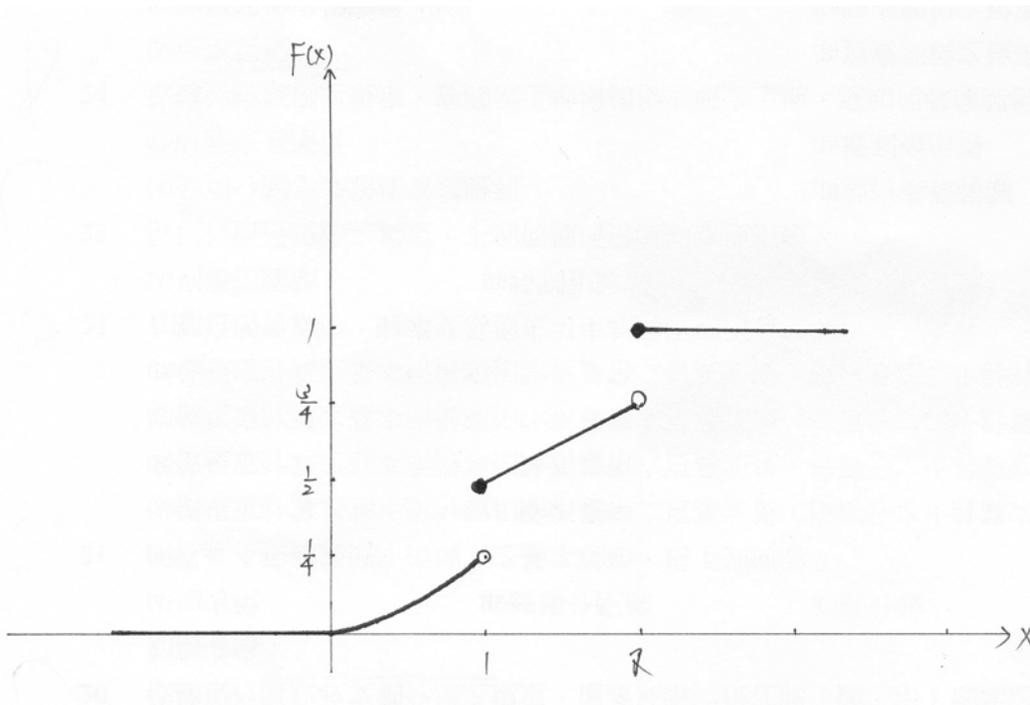
若抽出無效者都為公司乙，機率為：

$$C_2^{25} (0.03)^2 (0.97)^{23} = 0.134003$$

則抽出是無效，又是從乙來的條件機率：

$$P = \frac{0.4 \times 0.134003}{0.6 \times 0.075402 + 0.4 \times 0.134003} = 0.54229$$

擬答：(一)



$$(二) P(X=0) = P(X \leq 0) - P(X < 0) \\ = F(0) - F(0^-) \\ = 0 - 0$$

$$\begin{aligned}
 &= 0 \\
 P(X=1) &= P(X \leq 1) - P(X < 1) \\
 &= F(1) - F(1^-) \\
 &= \frac{1+1}{4} - \frac{1}{4} \\
 &= \frac{1}{4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P(X=2) &= P(X \leq 2) - P(X < 2) \\
 &= F(2) - F(2^-) \\
 &= 1 - \frac{3}{4} \\
 &= \frac{1}{4}
 \end{aligned}$$

$$f(X) = \begin{cases} 0, & \text{otherwise} \\ \frac{X}{2}, & 0 \leq X < 1 \\ \frac{1}{4}, & 1 \leq X \leq 2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 E(X) &= \sum Xf(X) + \int_{-\infty}^{\infty} Xf(X)dX \\
 &= 1 \times \frac{1}{4} + 2 \times \frac{1}{4} + \int_0^1 X \frac{X}{2} dX + \int_1^2 X \frac{1}{4} dX \\
 &= \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \times \frac{X^3}{3} \Big|_0^1 + \frac{1}{4} \times \frac{X^2}{2} \Big|_1^2 \\
 &= \frac{3}{4} + \frac{1}{6} + \frac{3}{8} \\
 &= \frac{31}{24}
 \end{aligned}$$

四

擬答：(一)用 \bar{X} 當 μ 的估計值：

$$\bar{X} = \frac{480 + 520 + 490 + 540 + 500 + 470 + 530 + 480 + 510 + 480}{10} = 500$$

(二)用 S 當 σ 的估計值：

$$\begin{aligned}
 S^2 &= \frac{1}{n-1} \sum (X_i - \bar{X})^2 \\
 &= \frac{1}{9} \times 5,200 \\
 &= 577.77
 \end{aligned}$$

$$S = 24.037008$$

(三)此題為常態母體、 σ 未知，所以用 t 分配：

t 分配自由度 = $10 - 1 = 9$

μ 的 90% 信賴區間為：

$$\left[\bar{X} - t_{0.05}(9) \frac{S}{\sqrt{n}}, \bar{X} + t_{0.05}(9) \frac{S}{\sqrt{n}} \right]$$

$$= [500 - 1.833 \times \frac{24.037008}{\sqrt{10}}, 500 + 1.833 \times \frac{24.037008}{\sqrt{10}}]$$

$$= [486.06706, 513.93294]$$

(四)此題 μ 未知，所以用卡方分配：

卡方分配自由度 = $10 - 1 = 9$

$$\left[\frac{(n-1)S^2}{\chi_{0.05}^2(9)}, \frac{(n-1)S^2}{\chi_{0.95}^2(9)} \right]$$

$$= \left[\frac{9 \times 577.77}{16.92}, \frac{9 \times 577.77}{3.325} \right]$$

$$= [307.32446, 1563.8887]$$

開根號，得：

$$[\sqrt{307.32446}, \sqrt{1563.8887}]$$

$$= [17.530671, 39.546032]$$

五

擬答：(一) $R^2 = \frac{SSR}{SST} = \frac{191601}{276435} = 0.6931141$

(二) 估計標準差 = $\sqrt{\frac{SSE}{n-2}} = \sqrt{\frac{84834}{10}} = 92.105374$

(三) 因 p 值 = $0.001 < 0.05$ ，所以為顯著。