

等 別：高員三級

類 科：電力工程

科 目：工程數學

考試時間：2小時

座號：\_\_\_\_\_

※注意：禁止使用電子計算器。

甲、申論題部分：(50分)

(一)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在申論試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(二)請以藍、黑色鋼筆或原子筆在申論試卷上作答。

一、求出下列微分方程式的通解： $y' + \frac{1}{x}y = 3x^2y^3$  (其中  $y' \equiv \frac{dy}{dx}$ )。(15分)

二、試求圓錐面  $S: \{(x, y, z) | 0 \leq z \leq 4, x^2 + y^2 = z^2\}$  之面積  $A(S) = \iint_S dA = ?$  (注意：不包括該圓錐體之圓形底面。)(10分)

三、試應用留數 (Residue) 計算下列積分  $\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{5 + 4\sin\theta}$ 。(15分)

四、假設  $A$  是一個  $2 \times 2$  實數矩陣，而且  $tr(A) = 8$  及  $\det(A) = 12$ ，則請問  $A$  的特徵值 (eigenvalues) 為何？(提示： $tr(A) \equiv$  trace of  $A$ ； $\det(A) \equiv$  determinant of  $A$ ) (10分)

乙、測驗題部分：(50分)

代號：5507

(一)本試題為單一選擇題，請選出一個正確或最適當的答案，複選作答者，該題不予計分。

(二)共20題，每題2.5分，須用2B鉛筆在試卡上依題號清楚劃記，於本試題或申論試卷上作答者，不予計分。

1 一微分方程式為  $(x^2 + 3y^2)dx - 2xydy = 0$ ，試求其通解：(其中  $k$  為任意實數。)

- (A)  $x^2 = k(x + y)$  (B)  $x^3 = k(x^2 + y^2)$  (C)  $y^2 = k(x + y)$  (D)  $y^3 = k(x + y)$

2 設  $L\{f(t)\}$  為  $f(t)$  之拉氏轉換，下列何者為錯？

- (A)  $L\{af(t) + bg(t)\} = L\{af(t)\} + L\{bg(t)\}$  (B)  $L\{af(t) + bg(t)\} = aL\{f(t)\} + bL\{g(t)\}$   
(C)  $L\{af(t) * bg(t)\} = aL\{f(t)\} * bL\{g(t)\}$ ，\*為迴旋積分 (D)  $L\{af(t) \times bg(t)\} = aL\{f(t)\} \times bL\{g(t)\}$

3 微分方程式  $\frac{d^2y}{dx^2} + 2\frac{dy}{dx} + y = 4$ ，且  $y(0) = y'(0) = 0$ ，求  $y(1)$  為何？

- (A)  $4e^{-1} - 8$  (B)  $8e^{-1} - 4$  (C)  $8e^{-1} + 4$  (D)  $4e^{-1} + 8$

4 試求反拉氏轉換 (Inverse Laplace Transform)  $L^{-1}\{(3s - 2)/(s^2 + 6s + 25)\}$ ：

- (A)  $3\cos 2t - 2\sin 2t$  (B)  $3e^{-3t}\cos 2t - 2e^{-3t}\sin 2t$  (C)  $3e^{-3t}\cos 4t - 2.75e^{-3t}\sin 4t$  (D)  $e^{-3t}\cos 2t - e^{-3t}\sin 2t$

5 設一三度空間內之曲線可表示為位置向量  $F(t) = \cos(t)\mathbf{i} + \sin(t)\mathbf{j} + \sqrt{3}t\mathbf{k}$ ，其中  $-\pi \leq t \leq \pi$ ，則該曲線長度為何？

- (A)  $2\pi$  (B)  $\frac{4}{3}\pi$  (C)  $2\sqrt{3}\pi$  (D)  $4\pi$

6 令  $F(s) = L\{(t^3 - 3t + 2)e^{-2t}\}$ ，則下列何者正確？

- (A)  $F(0) = \frac{5}{8}$  (B)  $F(-1) = 1$  (C)  $F(1) = \frac{10}{27}$  (D)  $F(\infty) = 1$

7 下列那一向量與平面  $3x - 5y + 2z = 10$  垂直？

- (A)  $[1, -1, 1]$  (B)  $[1, 1, 1]$  (C)  $[\frac{3}{10}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{5}]$  (D)  $[\frac{10}{3}, -2, 5]$

8  $f(t)$  是週期為  $2\pi$  的函數，定義  $g(t)$  為  $g(t) = (f(t) - f(-t))/2$ ，將  $g(t)$  的傅利葉級數 (Fourier series) 表示成

$g(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(nt) + b_n \sin(nt))$ 。下列敘述何者正確？

- (A)  $a_n = 0, n = 1, 2, 3, \dots$  (B)  $b_n = 0, n = 1, 2, 3, \dots$  (C)  $a_0 \neq 0$  (D)  $a_n + b_n = 0, n = 1, 2, 3, \dots$

(請接背面)

等 別：高員三級  
類 科：電力工程  
科 目：工程數學

- 9 矩陣  $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 2 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & -2 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$  的零空間 (null space) 可以向量形式  $\alpha v_1 + \beta v_2$  表示，其中  $\alpha$  及  $\beta$  為常數，則下列何者正確？

(A)  $v_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ , and  $v_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$  (B)  $v_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ , and  $v_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$  (C)  $v_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ , and  $v_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$  (D)  $v_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ , and  $v_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

- 10 設  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ a & b \end{bmatrix}$ ；當  $A$  的特徵值 (eigenvalues) 為  $\lambda_1 = 4, \lambda_2 = 7$  時， $a = ?$   $b = ?$

(A)  $a = 11, b = 28$  (B)  $a = 11, b = -28$  (C)  $a = 28, b = 11$  (D)  $a = -28, b = 11$

- 11 假設  $x$  是常態分配 (normal distribution)，其機率密度函數為  $N(0,1)$ ，且  $P(x \leq -0.43) = 1/3$ ， $P(x \leq 0) = 1/2$ 。今有  $y$  也是常態分配，其機率密度函數為  $N(3,4)$ ，若  $2P(y \leq c) = P(y > c)$ ，則  $c$  為：

(A) 1.14 (B) 2.14 (C) 3.14 (D) 4.14

- 12 給定三個獨立 (independent) 的隨機變數  $X, Y, Z$ ，每一個隨機變數的期望值 (mean) 都是  $\mu$ ，變異值 (variance) 都是  $\sigma^2$ 。定義隨機變數  $W$  為  $W = (X + Y + Z)/3$ ，求  $W$  的變異值 (variance) 為何？

(A)  $\frac{1}{3}\sigma^2$  (B)  $\sigma^2$  (C)  $2\sigma^2$  (D)  $3\sigma^2$

- 13 有一個週期為  $2\pi$  的函數  $f(x) = x^2$ ， $-\pi \leq x \leq \pi$ ，用傅立葉展開方式求  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$  等於下列何值？

(A)  $\frac{\pi}{6}$  (B)  $\frac{\pi^2}{6}$  (C)  $\frac{\pi}{2}$  (D)  $\frac{\pi}{3}$

- 14 將  $F(x) = x^2, 0 < x < 2\pi$ ，展開為傅立葉級數，當週期為  $2\pi$  時， $F(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$ ，則  $b_n = ?$

(A)  $b_n = \frac{4\pi}{n}$  (B)  $b_n = \frac{-4\pi}{n}$  (C)  $b_n = \frac{\pi}{n}$  (D)  $b_n = \frac{-\pi}{n}$

- 15 求  $\lim_{z \rightarrow 0} \frac{1 - \cos z}{\sin z^2}$  之值為何？

(A)  $\frac{1}{4}$  (B)  $\frac{1}{3}$  (C)  $\frac{1}{2}$  (D) 1

- 16 假設  $z = x + iy$  為複數 (complex number)，下列那一個是全函數 (entire function)？

(A)  $f(z) = 2xy + i(x^2 - y^2)$  (B)  $f(z) = z - \bar{z}$ ， $\bar{z}$  是  $z$  的共軛複數 (complex conjugate)  
(C)  $f(z) = x\bar{z}$  (D)  $f(z) = (z^2 - 2)e^{-x}e^{-iy}$

- 17 函數  $f(x) = \frac{1-x}{2+x}$  在  $x=0$  可解析，因此 Taylor 級數展開存在  $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n$ ，則  $x^3$  的係數  $c_3$  之值為何？

(A)  $-1/16$  (B)  $-3/16$  (C)  $1/16$  (D)  $3/16$

- 18 若  $w^3 - 3z^2w + 4\ln z = 0$ ，求  $\frac{dw}{dz} = ?$  (其中  $w = w(z)$ 。)

(A)  $\frac{dw}{dz} = \frac{6zw - 4/z}{3w^2 - 3z^2}$  (B)  $\frac{dw}{dz} = \frac{zw - 4/z}{w^2 - z^2}$  (C)  $\frac{dw}{dz} = \frac{6zw - z}{w^2 - z^2}$  (D)  $\frac{dw}{dz} = \frac{zw - 4/z}{3w^2 - 3z^2}$

- 19 令  $u = u(x, y)$ ，則下列何者不滿足偏微分方程式  $u_{yy} + 3u_y - 4u = 0$ ？

(A)  $x^2e^{-4y}$  (B)  $e^{x^2+y}$  (C)  $-e^{x^2-4y} + \sinh(x)e^y$  (D)  $x^2e^{y^2+y}$

- 20 設  $C$  為圓  $|z|=1$  之封閉曲線，求  $\oint_C (5z^4 - z^3 + 2)dz = ?$

(A) 1 (B)  $2\pi$  (C) 0 (D)  $\pi$

## 測驗題標準答案更正

考試名稱： 98年 公務人員特種考試警察人員、民航人員考試、特種考試交通事業鐵路人員考試

類科名稱： 電力工程

科目名稱： 工程數學（試題代號：5507）

題 數： 20題

標準答案：

題序	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
答案	B	D	#	C	D	A	C	A	D	D	B	A	B	B	C	D	B	A	D	C

備 註： 第3題一律給分。