

測驗題標準答案

考試名稱： 99年公務人員特種考試警察人員考試及99年特種考試交通事業鐵路人員考試

類科名稱： 電子工程

科目名稱： 工程數學（試題代號：5509）

題 數： 20題

標準答案：

題序	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
答案	D	A	C	A	C	D	C	A	B	B	B	D	C	D	D	C	B	A	B	B

備 註： 無更正紀錄。

99年公務人員特種考試警察人員考試及
99年特種考試交通事業鐵路人員考試試題

代號：50950

全一張
(正面)

等 別：高員三級
類 科：電子工程
科 目：工程數學
考試時間：2小時

座號：_____

※注意：禁止使用電子計算器。

甲、申論題部分：(50分)

- (一)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在申論試卷上，於本試題上作答者，不予計分。
(二)請以藍、黑色鋼筆或原子筆在申論試卷上作答。

一、求微分方程式 $y'' - 4y' + 9y = 10e^{2x} - 12\cos 3x$ 的通解 $y(x)$ 。(10分)

二、若 $\mathbf{F} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ ，封閉曲面 s 由 $s_1: z = 3\sqrt{x^2 + y^2}$ 和 $s_2: z = 6$ 所組成，請用此例來驗證散度定理 (Gauss 定理)，亦即 $\iint_s \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} d\sigma = \iiint_V \nabla \cdot \mathbf{F} dv$ ，其中 \mathbf{n} 為 s 之向外單位法向量 (unit outer normal vector)， V 為 s 所包圍之封閉區間。(15分)

三、若 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ，試求 A^{1000} 。(10分)

四、試應用留數定理 (Residue Theorem)，計算下列積分 $\int_0^{2\pi} \frac{1}{1 + a \cos \theta} d\theta$ ，其中 $-1 < a < 1$ 。
(15分)

乙、測驗題部分：(50分)

代號：5509

- (一)本試題為單一選擇題，請選出一個正確或最適當的答案，複選作答者，該題不予計分。
(二)共 20 題，每題 2.5 分，須用 2B 鉛筆在試卡上依題號清楚劃記，於本試題或申論試卷上作答者，不予計分。

- 1 求微分方程式 $x^2 y'' + 2xy' - 6y = 0$ 的通解。(題中 $y' \equiv \frac{dy}{dx}$ ， $y'' \equiv \frac{d^2 y}{dx^2}$ ，答案選項中 c_1 及 c_2 為常數)
(A) $c_1 x^{-1} + c_2 x^4$ (B) $c_1 x + c_2 x^{-4}$ (C) $c_1 x^{-2} + c_2 x^3$ (D) $c_1 x^2 + c_2 x^{-3}$
- 2 設微分方程式 $y'' + ay' + by = 6x + 5$ ， $y(0) = y_0$ ， $y'(0) = y'_0$ 的解 $y(x)$ 的拉氏轉換為 $Y(s) = \frac{4s^3 + 9s^2 + 5s + 6}{s^4 + 4s^3 + 3s^2}$ ，試求常數 a 、 b 、 y_0 及 y'_0 之值，並判定下列何者正確？
(A) $a + b + y_0 + y'_0 = 4$ (B) $a + b + y_0 + y'_0 = 5$ (C) $a + b + y_0 + y'_0 = 6$ (D) $a + b + y_0 + y'_0 = 7$
- 3 對微分方程式的初始值問題 (initial value problem) $e^x y'' + \frac{3}{x^2 - 1} y = \frac{2}{x}$ ， $y(-2) = 1$ ， $y'(-2) = 2$ 可以確定的是 x 在下列那一區間可保證有唯一解？
(A) $-\infty < x < \infty$ (B) $-\infty < x < 1$ (C) $-\infty < x < -1$ (D) $-\infty < x < 0$
- 4 函數 $f(t)$ 之拉氏轉換 (Laplace transform) 為 $L\{f(t)\}$ ，令 $F(s) = L\{e^{2t} \cos 3t\}$ ，則 $F(3)$ 等於何值？
(A) 1/10 (B) 3/10 (C) 1/4 (D) 3/4
- 5 解微分方程式 $(x^2 + 1) \frac{dy}{dx} + 3xy - 12x = 0$ ，其中 $y(0) = 3$ ：
(A) $y = (x^2 + 1)^{-1/2} + 2$ (B) $y = (x^2 + 1)^{-3/2} + 2$ (C) $y = 4 - (x^2 + 1)^{-3/2}$ (D) $y = 4 - (x^2 + 1)^{-1/2}$
- 6 複變函數 $f(z) = \frac{e^{-z}}{z^3}$ 以 0 為中心展開的羅倫 (Laurent) 級數中 z^2 的係數為何？
(A) 0 (B) $\frac{1}{2}$ (C) $-\frac{1}{24}$ (D) $-\frac{1}{120}$

(請接背面)

等 別：高員三級
類 科：電子工程
科 目：工程數學

7 請計算 $(1+i)^i$ 之值，其中 $i = \sqrt{-1}$ ：

(A) $e^{\frac{\pi}{4}+2n\pi} (\cos(\ln \sqrt{2}) + i \sin(\ln \sqrt{2}))$ ， n 為任意整數

(B) $e^{\frac{\pi}{4}+2n\pi} (\cos(\ln \sqrt{2}) - i \sin(\ln \sqrt{2}))$ ， n 為任意整數

(C) $e^{-\frac{\pi}{4}+2n\pi} (\cos(\ln \sqrt{2}) + i \sin(\ln \sqrt{2}))$ ， n 為任意整數

(D) $e^{-\frac{\pi}{4}+2n\pi} (\cos(\ln \sqrt{2}) - i \sin(\ln \sqrt{2}))$ ， n 為任意整數

8 若 $\mathbf{u} = 2\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}$ 、 $\mathbf{v} = \mathbf{i} + \mathbf{j} + 2\mathbf{k}$ 及 $\mathbf{w} = \mathbf{i} + \mathbf{j}$ ，則 $(\mathbf{u} - \mathbf{v}) \times \mathbf{w}$ 為何？

(A) $\mathbf{i} - \mathbf{j} + \mathbf{k}$

(B) $\mathbf{i} + \mathbf{j} - \mathbf{k}$

(C) $2\mathbf{i} + \mathbf{j} - \mathbf{k}$

(D) $\mathbf{0}$

9 設 $\varphi(x, y, z) = y - 2x^2z + z^3$ ，而 \mathbf{F} 為 $\varphi(x, y, z)$ 的最陡方向 (Gradient)，則 \mathbf{F} 在從 $P_1 = (1, 1, 1)$ 到 $P_2 = (3, 1, 4)$ 直線的線積分為何？

(A) 7

(B) -7

(C) $\sqrt{7}$

(D) 0

10 試求向量場 $\mathbf{v} = 2xy\mathbf{i} + xe^y\mathbf{j} + 2z\mathbf{k}$ 的旋度 (curl)？

(A) $(e^y - 2x)\mathbf{i}$

(B) $(e^y - 2x)\mathbf{k}$

(C) $(e^y - 2x)\mathbf{j}$

(D) $(e^y - 2x)$

11 假設一隨機變數 X ，其動量產生函數 (moment-generating function) 為 $M_X(t) = E(e^{tX}) = e^{3(e^t-1)}$ ；試問此隨機變數 X 的期望值 (mean) 為何？

(A) 1

(B) 3

(C) 6

(D) 9

12 假設隨機變數 X 為一個標準常態分布 (standard normal distribution)，亦即 $\mu_X = 0$ 及 $\sigma_X^2 = 1$ ；已知機率 $P(X > 1.84) = 0.0329$ ，試求機率 $P(X > -1.84)$ 為何？

(A) 0.0329

(B) 0.0658

(C) 0.9342

(D) 0.9671

13 兩連續隨機變數 X, Y 之結合累積分配函數 (joint cumulative distribution function) 為 $F_{X,Y}(x, y)$ ， $x, y \in R$ ，則下列何者不恆真？

(A) $0 \leq F_{X,Y}(x, y) \leq 1, \forall x, y \in R$

(B) $F_{X,Y}(\infty, \infty) = 1$

(C) $F_{X,Y}(-\infty, y) = F_Y(y)$ ，其中 $F_Y(y)$ 為 Y 之累積分配函數

(D) $F_{X,Y}(-\infty, -\infty) = 0$

14 若一系統由二項獨立 (independent) 運作之組件構成，在任一組件正常運作下該系統即可正常運作，已知此二項組件正常運作之機率分別為0.8及0.4，試求此系統正常運作之機率？

(A) 0.12

(B) 0.32

(C) 0.68

(D) 0.88

15 若 $\mathbf{u} = (u_1, u_2)$ ， $\mathbf{v} = (v_1, v_2)$ ，下列函數何者可以定義為 R^2 上之一種內積 (inner product)？

(A) $\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle = u_1 v_1$

(B) $\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle = u_1^2 v_1^2 + u_2^2 v_2^2$

(C) $\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle = u_1 v_1 - u_2 v_2$

(D) $\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle = u_1 v_1 + 3u_2 v_2$

16 設 \mathbf{A} 、 \mathbf{B} 及 \mathbf{C} 為任三 $n \times n$ 矩陣，則下列敘述何者不恆真？(答案選項中 $\mathbf{0}$ 為零矩陣)

(A) 若 $\text{rank } \mathbf{A} = n$ 且 $\mathbf{AB} = \mathbf{AC}$ ，則 $\mathbf{B} = \mathbf{C}$

(B) 若 $\text{rank } \mathbf{A} = n$ 且 $\mathbf{AB} = \mathbf{0}$ ，則 $\mathbf{B} = \mathbf{0}$

(C) 若 $\text{rank } \mathbf{A} = \text{rank } \mathbf{B}$ ，則 $\text{rank } \mathbf{A}^2 = \text{rank } \mathbf{B}^2$

(D) $\text{rank } \mathbf{A} = \text{rank } \mathbf{A}^T$

17 若 S 為 $[1 \ 2 \ 1 \ 0]$ ， $[0 \ 0 \ 0 \ 1]$ 所生成之子空間，求 R^4 上 S 之正交補集 (Orthogonal Complement)：

(A) 由 $[-2 \ 1 \ 0 \ 0]$ ， $[-1 \ -1 \ 1 \ 0]$ 所生成之子空間

(B) 由 $[-2 \ 1 \ 0 \ 0]$ ， $[-1 \ 0 \ 1 \ 0]$ 所生成之子空間

(C) 由 $[-2 \ 1 \ 0 \ 0]$ ， $[-1 \ -1 \ 1 \ 1]$ 所生成之子空間

(D) 由 $[-2 \ 1 \ 1 \ 0]$ ， $[-1 \ -1 \ 1 \ 0]$ 所生成之子空間

18 若矩陣 $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 5 \\ a & 0 & 8 \end{bmatrix}$ ，則下列何者正確？

(A) 假如 $a = 8$ 則 $\text{rank}(\mathbf{A}) = 2$ ， rank 為矩陣之秩數

(B) 假如 $a = 8$ 則 $\text{rank}(\mathbf{A}) = 3$ ， rank 為矩陣之秩數

(C) 假如 $a = 1$ 則 $\text{rank}(\mathbf{A}) = 2$ ， rank 為矩陣之秩數

(D) 假如 $a = 3$ 則 $\text{rank}(\mathbf{A}) = 2$ ， rank 為矩陣之秩數

19 下列矩陣那一個不為正交 (orthogonal)？

(A) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} -4 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 4 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} -\frac{4}{5} & 0 & \frac{3}{5} \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{3}{5} & 0 & \frac{4}{5} \end{bmatrix}$

20 下列何者為微分方程式 $(\frac{4}{3}y + x^2 - xy^2)dy + (2xy - \frac{1}{3}y^3 + \frac{1}{3})dx = 0$ 之通解？

(A) $3x^2y - xy^3 + 2y^2 = c$ ，其中 c 為常數

(B) $3x^2y - xy^3 + 2y^2 + x = c$ ，其中 c 為常數

(C) $2y^2 - 2xy^3 + xy + x = c$ ，其中 c 為常數

(D) $3x^2y - 2xy^3 + 2y^2 + 2x = c$ ，其中 c 為常數