

代號：70860
70960
頁次：4-1

102年公務人員特種考試警察人員考試、
102年公務人員特種考試一般警察人員考試及
102年特種考試交通事業鐵路人員考試試題

等 別：高員三級鐵路人員考試

類 科：電力工程、電子工程

科 目：工程數學

考試時間：2小時

座號：_____

※注意：禁止使用電子計算器。

甲、申論題部分：(50分)

(一)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在申論試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(二)請以藍、黑色鋼筆或原子筆在申論試卷上作答。

一、請用拉氏轉換 (Laplace Transform) 解聯立微分方程式：(10分)

$$\begin{cases} y_1'' = -ky_1 + k(y_2 - y_1), \\ y_2'' = -k(y_2 - y_1) - ky_2; \end{cases} \quad y_1(0) = 1, \quad y_2(0) = 1, \quad y_1'(0) = \sqrt{3k}, \quad y_2'(0) = -\sqrt{3k}.$$

二、令 Σ 是圓錐 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ ， $x^2 + y^2 \leq 9$ 的表面，若 n 為 Σ 之單位法向量且

$$F = -y\mathbf{i} + x\mathbf{j} - xyz\mathbf{k}。求 \iint_{\Sigma} (\nabla \times F) \cdot \mathbf{n} \, d\sigma。 (15分)$$

三、設矩陣 $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & -8 \\ 0 & -5 & 1 \end{bmatrix}$ ，

(一)求 A 的特徵值 (eigenvalues)。(5分)

(二)求 A 的特徵向量 (eigenvectors)。(10分)

四、若隨機變數 (random variable) X 與 Y 的聯合機率密度函數 (joint probability

$$\text{density function) 為 } f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} 1/ab, & 0 < x < a \text{ and } 0 < y < b \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases}$$

其中 $a < b$ 。

求：(一) $X + Y \leq 3a/4$ 的機率： $P\{X + Y \leq 3a/4\}$ 。(5分)

(二) $Y \leq 2bX/a$ 的機率： $P\{Y \leq 2bX/a\}$ 。(5分)

乙、測驗題部分：(50分)

代號：6708

(一)本測驗試題為單一選擇題，請選出一個正確或最適當的答案，複選作答者，該題不予計分。

(二)共20題，每題2.5分，須用2B鉛筆在試卡上依題號清楚劃記，於本試題或申論試卷上作答者，不予計分。

- 1 一系統由4項獨立(independent)運作之組件構成，其組件正常運作之機率分別為0.9, 0.7, 0.5及0.3，令隨機變數 X 為該系統中正常運作組件之數量，試求期望值 $E(X) = ?$
- (A) 0.6 (B) 1.2 (C) 2.4 (D) 3.6
- 2 設一隨機變數 X ，其期望值(mean value) $\mu_X = 8$ ，變異數(variance) $\sigma_X^2 = 9$ ；試問機率 $P(-4 < X < 20)$ 之值可能為何？
- 0.3 0.5 0.75 0.95
- 3 $\ln \frac{1+z}{1-z} = \sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n$ ， $|z| < 1$ ，則 $a_1 = ?$
- 1 0 1 2
- 4 請計算 $\lim_{z \rightarrow i} \frac{3z^{11} - 3i}{z^3 + 2i}$ 之值，其中 $i = \sqrt{-1}$ ：
- (A) -4 (B) 11 (C) -6 (D) 0
- 5 設 $\Gamma(t) = t + it$ ， $0 \leq t \leq 1$ ， $i = \sqrt{-1}$ ，則 $\int_{\Gamma} z^2 dz$ 之值為何？
- (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{3}(1+i)$ (C) $\frac{1}{3}(1-i)$ (D) $-\frac{2}{3}(1-i)$
- 6 已知複變數函數 $f(z) = \frac{1}{z(e^z - 1)}$ 的奇異點(singular point)是為一個極點(pole)，試決定此極點的階數(order) M 及對應的留數(residue) B 分別為何？
- (A) $M = 1$, $B = \frac{-1}{2}$ (B) $M = 1$, $B = \frac{1}{2}$ (C) $M = 2$, $B = \frac{-1}{2}$ (D) $M = 2$, $B = \frac{1}{2}$
- 7 設 \mathbf{A} 及 \mathbf{B} 為任二 $n \times n$ 矩陣，則下列敘述何者錯誤？(答案選項中 $\det \mathbf{X}$ 表矩陣 \mathbf{X} 的行列式值)
- (A) $\det k\mathbf{A} = k \det \mathbf{A}$ (其中 k 為一常數) (B) $\det(\mathbf{AB}) = \det(\mathbf{BA}) = \det \mathbf{A} \det \mathbf{B}$
- (C) $\det \mathbf{A}^T = \det \mathbf{A}$ (D) 若 $\det \mathbf{A} \neq 0$ ，則 \mathbf{A}^{-1} 必存在

- 8 請問以下何者是 $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}^{999}$ 的特徵值？其中 $i = \sqrt{-1}$ ：
- (A) 0 (B) 1 (C) -1 (D) $-i$
- 9 若 S 為 $[2 \ 0 \ 0]$, $[0 \ 3 \ 1]$ 所生成之子空間，求向量 $w = [1 \ 1 \ 3]$ 在 S 上之正交投影：
- (A) $[2 \ 18/\sqrt{10} \ 6/\sqrt{10}]$ (B) $[1 \ 9/5 \ 3/5]$
(C) $[2 \ 9/\sqrt{10} \ 3/\sqrt{10}]$ (D) $[2 \ 9/\sqrt{5} \ 3/\sqrt{5}]$
- 10 令 $\mathbf{x} = [1 \ 3 \ 2]^T$ 、 $\mathbf{y}_1 = [1 \ 1 \ 1]^T$ 、 $\mathbf{y}_2 = [1 \ -1 \ 0]^T$ 、 $\mathbf{y}_3 = [1 \ 0 \ 0]^T$ 且定義 L 為 R^3 至 R^3 相對於基底 (basis) $[\mathbf{y}_1 \ \mathbf{y}_2 \ \mathbf{y}_3]$ 之線性轉換 (linear transformation)： $L(\sum_{i=1}^3 c_i \mathbf{y}_i) = (2c_1 + c_3)\mathbf{y}_1 - (2c_2 + c_3)\mathbf{y}_2 + (c_1 + c_2 + c_3)\mathbf{y}_3$ ，則 $L(\mathbf{x}) = ?$
- (A) $\begin{bmatrix} 7 \\ 6 \\ -8 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 7 \\ 5 \\ 2 \end{bmatrix}$
- 11 $\int_{-1}^2 \int_0^{2x} \int_y^x dz dy dx$ 為何？
- (A) 0 (B) 2 (C) 3 (D) 6
- 12 有一曲面 $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ ，求經過點 $(1, 1, 1)$ 且切於該曲面之平面方程式：
- (A) $2x - y + z = 2$ (B) $x - y + z = 1$ (C) $x + y + z = 3$ (D) $x + y - z = 1$
- 13 若 $\varphi(x, y, z) = \sin(xy) - \cos(yz) + x^2 y z^3$ ，則其在點 $P = (-\pi, 0, \pi)$ 最陡變化方向 (gradient) 的旋度 (curl) 為何？
- (A) $\pi^5 \mathbf{i} - \mathbf{j} + \pi^4 \mathbf{k}$ (B) $\pi^5 \mathbf{i} + \mathbf{j} - \pi^4 \mathbf{k}$ (C) $\mathbf{i} - \mathbf{j} + \mathbf{k}$ (D) 0
- 14 若將三維空間中之曲線 C 以參數表示法表示為 $x = 2 \cos(t)$ ， $y = 2 \sin(t)$ ， $z = t$ ；且 $0 \leq t \leq \pi$ ，則曲線 C 之長度為：
- (A) $\frac{\sqrt{5}}{2} \pi^2$ (B) $\frac{3}{2} \pi^2$ (C) $\sqrt{5} \pi$ (D) 3π

15 求解微分方程式 $xy' = \frac{y^2}{2} + y$ ，則其解為何？

(A) $y = \frac{x}{c-x}$

(B) $y = \frac{x}{2(c-x)}$

(C) $y = \frac{2x}{c-x}$

(D) $y = \frac{2}{c-x}$

16 下列何者為 $x^3 dx + (y+1)^2 dy = 0$ 之解？（答案選項中之 c 為任意常數。）

(A) $3x^3 + 4(y+1) = c$

(B) $3x^4 + 4(y+1) = c$

(C) $3x^3 + 4(y+1)^3 = c$

(D) $3x^4 + 4(y+1)^3 = c$

17 下列何者不為 $y'' - y' - 2y = 0$ 之解？

(A) $y = e^{-x} + e^{2x}$

(B) $y = e^{-x}$

(C) $y = e^{2x}$

(D) $y = e^x + e^{2x}$

18 下列何者是 $f(t) = 3t - 5\sin 2t$ 的拉氏轉換（Laplace Transform）？

(A) $\frac{3s^2 - 5s + 12}{s^2(s^2 + 4)}$

(B) $\frac{-7s^2 + 12}{s^2(s^2 + 4)}$

(C) $\frac{-5s^3 + 3s^2 + 12}{s^2(s^2 + 4)}$

(D) $\frac{-2s^2 + 12}{s^2(s^2 + 4)}$

19 下列何者錯誤？其中 $u(t)$ 為單位步階（unit step）函數， $F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}$ 為拉氏轉換（Laplace Transform）

(A) $\mathcal{L}\{e^{at} f(t)\} = F(s-a)$

(B) $\mathcal{L}\{e^{at} f(t)\} = \mathcal{L}\{f(t)\}_{s \rightarrow s-a}$

(C) $\mathcal{L}^{-1}\{e^{-as} F(s)\} = f(t-a)u(t-a)$

(D) $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{e^{2\pi s}}{s^2 + 1}\right\} = \sin(t - 2\pi)u(t - 2\pi)$

20 設 \mathbf{A} 為一 $n \times n$ 矩陣，且已知 \mathbf{A} 的反矩陣 \mathbf{A}^{-1} 存在，則下列敘述何者錯誤？

(A) $\text{rank } \mathbf{A} = \text{rank } \mathbf{A}^{-1} = n$

(B) $\det \mathbf{A} \neq 0$ 且 $\det \mathbf{A}^{-1} \neq 0$ （其中 $\det \mathbf{A}$ 表矩陣 \mathbf{A} 的行列式值）

(C) $\det \mathbf{A}^{-1} = (\det \mathbf{A})^{-1}$

(D) 可能存在另一 $n \times n$ 矩陣 \mathbf{B} ，且 $\mathbf{B} \neq \mathbf{A}^{-1}$ ，使得 $\mathbf{AB} = \mathbf{I}$ （其中 \mathbf{I} 為單位矩陣(identity matrix)）

測驗式試題標準答案

考試名稱：102年公務人員特種考試警察人員考試、102年公務人員特種考試一般警察人員考試、
102年特種考試交通事業鐵路人員考試

類科名稱：電子工程、電力工程

科目名稱：工程數學（試題代號：6708）

題數：20題

標準答案：

題號	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
答案	C	D	D	C	D	C	A	D	B	C	A	C	D	C	C	D	D	B	D	D

題號																				
答案																				

題號																				
答案																				

題號																				
答案																				

題號																				
答案																				

備註：