

等 別：三等考試
 類 科：經建行政
 科 目：統計學
 考試時間：2小時

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。
 (二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

一、狗飼料公司想知道 A 與 B 兩種飼料，那一種飼料狗會比較喜歡。因此他選取 20 隻狗且讓每隻狗從一個放 A 飼料和另一個放 B 飼料的杯子去選取一種飼料吃。我們用 X 表示吃了 A 飼料的狗的隻數。請回答下列兩個問題：

- (一)令 p 表示狗會選擇 A 飼料的機率。當您要檢定 p 值，您會給何假設？（10 分）
- (二)請問虛無假設為真時的機率分配為何？（15 分）

二、一位投資人打算把手上兩種股票在明天股票市場開市時賣掉其中一種。若 X_1 及 X_2 表示這兩種股票之每股價格。我們假設 X_1 及 X_2 獨立且分配相同，具有下列機率密度函數：

$$f_x(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} e^{-\frac{1}{2}(x-10)} & , \text{if } x \geq 10 \\ 0 & , \text{else where} \end{cases}$$

如果他賣掉開市時股票價格較高的一種。請問他賣出每股之期望值為多少？（25 分）

三、某位小學老師想知道小朋友對荔枝、香蕉及龍眼三種水果是否有偏好。我們可以令 P_1, P_2, P_3 依序表示小朋友對這三種水果喜好的機率。該老師給 60 位同學自由選擇三種水果其中一種。其結果為選荔枝有 23 位、香蕉有 20 位、龍眼有 17 位。請用假設檢定方法在顯著水準 $\alpha = 0.05$ 時檢定小朋友對這三種水果是否有不同偏好。（25 分）

註：令 χ_α^2 表示 $P(\chi^2(r) \geq \chi_\alpha^2) = \alpha$ ；

	$\chi_{0.05}^2$	$\chi_{0.025}^2$	$\chi_{0.01}^2$
$r=2$	5.99	7.37	9.21
$r=3$	7.81	9.34	11.34
$r=4$	11.14	13.27	14.86

四、考慮簡單迴歸模型： $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i, i = 1, \dots, n$ 。

假設 $n = 5$ ，我們有統計量的值： $\sum_{i=1}^n x_i = 0, \sum_{i=1}^n y_i = 5, \sum_{i=1}^n x_i y_i = 7, \sum_{i=1}^n x_i^2 = 10$ ，請算出 β_0 及 β_1 的最小平方估計值。（15 分）

另外，若 $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n$ 為 *i.i.d.* 隨機變數，期望值 $\mu = 0$ 及變異數 $\sigma^2 = 9$ ，當 $\hat{\beta}_0$ 為 β_0 的最小平方估計量，請計算 $\hat{\beta}_0$ 的變異數。（10 分）