測驗題標準答案

考試名稱： 99年公務人員特種考試身心障礙人員考試
類科名稱： 電子工程
科目名稱： 工程數學（試題代號：5308）
題　　數： 20題
標準答案：

題序	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
答案	D	C	A	C	D	C	B	D	A	A	B	D	C	B	A	B	C	A	D	A

備　　註： 無更正紀錄。

99年公務人員特種考試身心障礙人員考試試題　代號：30850　全一張（正面）

等　　別：三等考試
類　　科：電子工程
科　　目：工程數學
考試時間：2 小時　　座號：＿＿＿＿＿＿＿＿

※注意：禁止使用電子計算器。

甲、申論題部分：（50 分）

㈠不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在申論試卷上，於本試題上作答者，不予計分。
㈡請以藍、黑色鋼筆或原子筆在申論試卷上作答。

一、試求$\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{x^6+64}dx$ 之值。（15 分）

二、設矩陣$A=\begin{bmatrix}0 & -2\\ 1 & 3\end{bmatrix}$，

㈠求A的特徵值（eigenvalues）（5 分）
㈡求A的特徵向量（eigenvectors）（5 分）
㈢A^{50}（10 分）

三、試利用拉氏轉換（Laplace transform）求解

$y''+9y=\begin{cases}0, & 0\le t<\pi\\ \cos t, & t\ge\pi\end{cases}$; $y(0)=y'(0)=1$, 其中 $y'\equiv\frac{dy}{dt}$，$y''\equiv\frac{d^2y}{dt^2}$。（15 分）

乙、測驗題部分：（50 分）　代號：**5308**

㈠本試題為單一選擇題，請選出一個正確或最適當的答案，複選作答者，該題不予計分。
㈡共 20 題，每題 2.5 分，須用2B鉛筆在試卡上依題號清楚劃記，於本試題或申論試卷上作答者，不予計分。

1 給定一個離散隨機變數（discrete random variable）X，它的機率質量函數（probability mass function）為 $p(x)=\begin{cases}0.25, & x=0\\ 0.75, & x=2\\ 0, & otherwise\end{cases}$。定義隨機變數 Y 為 $Y=4X+7$，求 Y 的期望值（mean value）為何？
(A) 7.0　(B) 10.0　(C) 11.0　(D) 13.0

2 下列何者為偶函數？
(A) $f(x)=x^3$　(B) $f(x)=\sin x$　(C) $f(x)=e^x+e^{-x}$　(D) $f(x)=\tan 3x$

3 若 $f(t)=\int_0^t(t-\tau)\cos\tau\, d\tau$，試求 $f(t)$ 之拉氏轉換（Laplace transform）$F(s)$：
(A) $\frac{1}{s(s^2+1)}$　(B) $\frac{s-1}{s^2+1}$　(C) $\frac{1}{s^2(s^2+1)}$　(D) $\frac{1}{s(s+1)}$

4 $i=\sqrt{-1}$，下列那一數列（sequence）為發散數列？
(A) $\left\{\frac{i}{n}\right\}$　(B) $\left\{\frac{i^n}{n}\right\}$　(C) $\left\{i^n\right\}$　(D) $\left\{\frac{(i+1)^n}{n!}\right\}$

5 若 $\delta(t)$ 是單位脈衝函數，試求拉氏轉換（Laplace transform）$L\left\{\delta(t-2)e^{-t}\right\}$為：
(A) $e^{-(s+2)}$　(B) $e^{-2(s+2)}$　(C) e^{-s+2}　(D) $e^{-2(s+1)}$

6 試求反拉氏轉換 $L^{-1}\left\{(s+1)/(s^2+2s+5)\right\}$：
(A) $\cos 2t$　(B) $t\sin 2t$　(C) $e^{-t}\cos 2t$　(D) $e^{-t}\sin 2t$

7 給定一個連續隨機變數 X，它的機率密度函數為 $f(x)=Ke^{-0.2|x|}$，其中 $-\infty<x<\infty$，則 K 之值為何？
(A) 0.05　(B) 0.10　(C) 0.20　(D) 0.40

（請接背面）

等　　別：三等考試

類　　科：電子工程

科　　目：工程數學

8 求解$\int_0^{\pi/6} e^{i2t}\,dt=$？

(A) $-1/4+i\sqrt{3}/4$　(B) $-1/4-i\sqrt{3}/4$　(C) $-\sqrt{3}/4+i/4$　(D) $\sqrt{3}/4+i/4$

9 下列何者為$y'-y=0,\ y(0)=1$之解？

(A) $y=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n!}x^n$　(B) $y=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{2n!}x^{2n}$　(C) $y=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{(n+1)!}x^{n+1}$　(D) $y=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{(2n+1)!}x^{2n+1}$

10 函數$f(z)=\frac{1}{e^z-1}$在$z=0$的餘數（residue）為何？

(A) 1　(B) - 1/2　(C) 0　(D) 1/2

11 下列敘述何者正確？

(A)如果 **A** 與 **B** 皆是可對角化（diagonalizable）矩陣，則 **A**+**B** 也是可對角化矩陣

(B)如果矩陣**A**是正交（orthogonal）矩陣，則$\mathbf{A}^3$也是正交矩陣

(C)如果一個三角矩陣（triangular matrix）相似於（similar）另一個對角矩陣（diagonal matrix），則此三角矩陣也是對角矩陣

(D) **A** 與 **B** 互為相似矩陣（similar matrix），但 **A** 與 **B** 不一定要有相同的行列式值

12 一維熱傳方程式$u_t=c^2u_{xx}$，其兩端為絕緣$u_x(0,t)=0,\ \ u_x(L,t)=0$，其中$u_x\triangleq\frac{\partial u}{\partial x}$，$u_{xx}\triangleq\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$，則其特徵函數（eigenfunction）為何？

(A) $\sin(\frac{n\pi}{L}x)e^{-\lambda_n t}$，$\lambda_n=\frac{cn\pi}{L}$　(B) $\cos(\frac{n\pi}{L}x)e^{-\lambda_n t}$，$\lambda_n=\frac{cn\pi}{L}$

(C) $\sin(\frac{n\pi}{L}x)e^{-\lambda_n^2 t}$，$\lambda_n=\frac{cn\pi}{L}$　(D) $\cos(\frac{n\pi}{L}x)e^{-\lambda_n^2 t}$，$\lambda_n=\frac{cn\pi}{L}$

13 定義函數$f(t)$的傅利葉轉換（Fourier transform）為$F(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}f(t)e^{-i\omega t}dt$，其中$i=\sqrt{-1}$。給定一個函數$g(t)$定義如下：$g(t)=\begin{cases}1, & -0.5<t<0.5\\ 0, & otherwise\end{cases}$。將$g(t)$的傅利葉轉換表示為$G(\omega)$，下列那一個函數的傅利葉轉換為$(G(\omega))^2$？

(A) $(g(t))^2$　(B) $h(t)=\begin{cases}-|t|+0.5, & -0.5<t<0.5\\ 0, & otherwise\end{cases}$

(C) $h(t)=\begin{cases}-|t|+1, & -1<t<1\\ 0, & otherwise\end{cases}$　(D) $h(t)=\begin{cases}-|t|+2, & -2<t<2\\ 0, & otherwise\end{cases}$

14 $f(t)$是週期為 4 的函數，在$-2\le t<2$之間定義為$f(t)=2t$。將$f(t)$以傅利葉級數（Fourier series）展開成$f(t)=\frac{8}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}\sin\left(\frac{n\pi t}{2}\right)$，求$\frac{8}{\pi}\left\{1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\cdots\right\}$之值為何？

(A) 4　(B) 2　(C) 1/2　(D) 1/4

15 下列何者是微分方程式$x^2y''-2.5xy'-2y=0$的解？（其中$c_1,\ c_2$為任意實數）

(A) $y=c_1x^{-0.5}+c_2x^4$　(B) $y=c_1xe^{-0.5x}+c_2e^{-0.5x}$　(C) $y=c_1e^{-0.5x}+c_2x^2$　(D) $y=c_1e^{-0.5x}+c_2e^{4x}$

16 計算$\iint_s(xdydz+ydzdx+zdxdy)$，其中$S:x^2+y^2+z^2=a^2$。

(A) $2\pi a^3$　(B) $4\pi a^3$　(C) $4\pi a^2$　(D) $8\pi a^3$

17 若$\bar{F}(x,y,z)=x^2\,\hat{i}-2x^2y\,\hat{j}+2yz^4\,\hat{k}$，求在$(1,-1,1)$位置之$\bar{\nabla}\times\bar{F}$和$\bar{\nabla}\cdot\bar{F}$的值各為何？

(A) $\bar{\nabla}\cdot\bar{F}=8\quad\bar{\nabla}\times\bar{F}=2\hat{i}+4\hat{k}$　(B) $\bar{\nabla}\cdot\bar{F}=-8\quad\bar{\nabla}\times\bar{F}=-2\hat{i}+4\hat{k}$

(C) $\bar{\nabla}\cdot\bar{F}=-8\quad\bar{\nabla}\times\bar{F}=2\hat{i}+4\hat{k}$　(D) $\bar{\nabla}\cdot\bar{F}=2\hat{i}+4\hat{k}\quad\bar{\nabla}\times\bar{F}=-8$

18 試求微分方程式$2ydx+(3y-2x)dy=0$之通解？（其中 c 為任意實數）

(A) $2x/y+3\ln y=c$　(B) $2x/y+3\ln x=c$　(C) $2y/x+3\ln y=c$　(D) $3x/y+2\ln x=c$

19 計算$\iint_s\bar{F}\cdot d\bar{A}$之值，其中$\bar{F}=(y^2+z^2)^{\frac{2}{3}}\hat{i}+\sin(x^2+z)\hat{j}+e^{x^2-y^2}\hat{k}$，$S:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$。

(A) 2π　(B) π　(C) 2　(D) 0

20 下列何者為微分方程式$y'=e^{2x+y-1}-2$之通解？（其中 c 為任意實數）

(A) $y=1-2x-\ln(c-x)$　(B) $y=e^{1-2x}+c$　(C) $y=\ln(1-2x)+c$　(D) $y=c\ln(1-2x)$