

等 別：三等考試

類 科：統計、經建行政

科 目：統計學

考試時間：2小時

座號：\_\_\_\_\_

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

一、若 $X_1, \dots, X_n$ 為某一地區香蕉每棵之生產量，其分配未知。我們關心分配之變異數 $\sigma^2$ 。若

我們知道  $\text{Var}\left(\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{\sigma^2}\right) = \frac{1}{10}$ 。請驗證下面表示是否正確：

$$P\left(\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n} - 1 \leq \sigma^2 \leq \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n} + 1\right) \geq 0.9 \quad (20 \text{ 分})$$

二、隨機樣本 $X_1, \dots, X_n$ 產自A地區，其分配為 $N(\mu_x, \sigma^2)$ 及 $Y_1, \dots, Y_m$ 產自B地區，其分配為 $N(\mu_y, 2\sigma^2)$ ，其中 $\sigma^2$ 未知。這兩個分配獨立，請推導 $\mu_y - \mu_x$ 之90%信賴區間。(25分)

三、使用除草劑除草也可能使果樹枯死。設A為舊品牌及B為新品牌除草劑。若 $P_A$ 及 $P_B$ 代表A，B品牌的果樹枯死率。

(一)想知新品牌是否可以取代舊品牌。你的假設為何？道理為何？(10分)

(二)若我們有 $Y_A, Y_B$ 代表樣本數 $n=100$ 及 $m=100$ 之枯死數目。您的檢定方法為何？用到何種理論？(15分)

(三)若顯著水準 $\alpha=0.3$ 且 $Y_A=10, Y_B=10$ 結論為何？(10分)

四、在研究 $k$ 個生產線之平均產能是否相同時，我們各別抽取隨機樣本如下：

1	2	...	k
$X_{1i} \text{ iid } ( )$ $i=1 \dots n_1$	$X_{2i} \text{ iid } ( )$ $i=1 \dots n_2$	...	$X_{ki} \text{ iid } ( )$ $i=1 \dots n_k$
其中 $k$ 個( )表示 $k$ 個母體的分配			

(一)在以變異數分析來檢定母體平均數是否相等時，此 $k$ 個分配( )必須何種假設。(5分)

(二)設 $\bar{X}$ 為樣本總平均， $\bar{X}_j$ 為第 $j$ 群的樣本平均。請問  $\frac{\sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{n_j} (X_{ji} - \bar{X})^2}{\sigma^2}$  及

$$\frac{\sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{n_j} (X_{ji} - \bar{X}_j)^2}{\sigma^2}$$

分配為何？(10分)

(三)當顯著水準 $\alpha=0.05$ 且檢定之P值為0.03，應該拒絕或接受 $H_0$ 之假設？理由為何？(5分)