代號：31250
31350
頁次：4－1

100年公務人員特種考試身心障礙人員考試試題

等　　別：三等考試
類　　科：電力工程、電子工程
科　　目：工程數學
考試時間：2 小時　　　　座號：＿＿＿＿＿＿＿＿

※注意： 禁止使用電子計算器。

甲、申論題部分：（50 分）

㈠不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在申論試卷上，於本試題上作答者，不予計分。
㈡請以藍、黑色鋼筆或原子筆在申論試卷上作答。

一、求微分方程式$(2x^2y^3-3xy^2)dx+(3x^3y^2-6x^2y+5x)dy=0$的解。（提示：令$u=xy$）（15 分）

二、令矩陣 $\mathrm{I}\in R^{n\times n}$ 是一個單位矩陣（Identity matrix），已知$\begin{bmatrix} \mathrm{I} & 0_{n\times n} \\ \mathrm{I} & \mathrm{I} \end{bmatrix}$之行列式（determinant）值是 1。

㈠求解$\begin{bmatrix} 0_{n\times n} & \mathrm{I} \\ -\mathrm{I} & 0_{n\times n} \end{bmatrix}$之行列式值。（4 分）

㈡矩陣$\mathrm{A}\in R^{n\times n}$，$\mathrm{B}\in R^{n\times n}$，求解$\begin{bmatrix} \mathrm{A} & \mathrm{B} \\ \mathrm{B} & \mathrm{A} \end{bmatrix}$之行列式值。（6 分）

三、㈠求$\int_0^\infty e^{-v}\cos(\lambda v)dv$，$\lambda$為大於 0 之實數。（5 分）

㈡利用傅立葉積分定理求$\int_0^\infty \frac{\cos(\lambda x)}{\lambda^2+1}d\lambda=$？（$x\geq 0$）（10 分）

四、假設球體的半徑是一個連續隨機變數，半徑r之機率密度函數$f(r)=6r(1-r)$，$0<r<1$。試求球體體積 V的機率密度函數$f(V)$。（10 分）

乙、測驗題部分：（50 分） **代號：5312**

㈠本測驗試題為單一選擇題，請選出一個正確或最適當的答案，複選作答者，該題不予計分。
㈡共 20 題，每題 2.5 分，須用2B鉛筆在試卡上依題號清楚劃記，於本試題或申論試卷上作答者，不予計分。

1 設 a 爲常數，則下列何者爲曲線 $y=\sqrt{x+a}$ 的正交曲線？

(A) $y=cx^2$ (B) $y=x+c$ (C) $y=ce^{2x}$ (D) $y=ce^{-2x}$

2 解微分方程式 $1+x^2y^2+y+xy'=0$ 。

(A) $\tan^{-1}x+y=c$ (B) $\tan^{-1}x+xy=c$ (C) $\tan^{-1}xy+x=c$ (D) $\sin^{-1}xy+x=c$

3 $y=c_1e^x+c_2e^{2x}+\dfrac{e^{5x}}{12}$ 的原始微分方程式爲：

(A) $y''-3y'+2y=e^{5x}$ (B) $y''-3y'+2y=\dfrac{e^{5x}}{12}$

(C) $y''-3y'+2y=2e^{5x}$ (D) $y''-3y'+2y=0$

4 S 爲圓柱體 $x^2+y^2\le 4$ ，$|z|\le 1$ 之表面，利用散度定理（divergence theorem）判斷下列向量函數 $\vec{F}$ 中，何者之面積分 $\oiint_S \vec{F}\cdot\vec{n}dA$ 值不爲 0？

(A) $\vec{F}=[\cos y,\ \sin z,\ \sin x]$ (B) $\vec{F}=[\cos z,\ \sin x,\ \sin y]$

(C) $\vec{F}=[\sin y,\ \sin z,\ \cos x]$ (D) $\vec{F}=[\sin x,\ \sin y,\ \cos z]$

5 力 $\vec{F}=[z,\ y,\ x]$ 由點 $P(1,0,0)$ 出發，沿著螺旋線（helix）$\vec{r}(t)=\cos t\vec{i}+\sin t\vec{j}+3t\vec{k}$ 施力至點 $Q(1,0,6\pi)$ 爲止，總共做功（work）多少？

(A) 0 (B) $6\pi-3$ (C) $18\pi+2$ (D) 7π

6 下列關於正交矩陣（orthogonal matrices）**A** 的特性，何者是錯誤的？

(A) $\mathbf{A}^T=\mathbf{A}^{-1}$

(B) **A** 的行列式值（determinant）爲：$|\mathbf{A}|=\pm 1$

(C) **A** 的特徵值（eigenvalues）全爲實數（real numbers）

(D) **A** 的行向量（column vectors）都互爲正交（orthogonal）

7 令 $\mathrm{A}\in R^{3\times 3}$ 爲對稱矩陣，若 $\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3$ 與 V_1,V_2,V_3 分別爲 A 之相異特徵值與相應之單位特徵向量，並令矩陣 $P=[V_1\ V_2\ V_3]$ ，則下列敘述何者錯誤？

(A) V_1,V_2,V_3 互爲正交 (B) $\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3$ 必爲實數

(C) $P^{-1}=P^T$ (D) 行列式 $|P|=1$

8 令矩陣 $A=\begin{bmatrix} -5 & 0 & 1 & -3 \\ 2 & -1 & 3 & 7 \\ 4 & 4 & -5 & -2 \\ 1 & -1 & 6 & 12 \end{bmatrix}$，則 A 的秩（rank）等於多少？

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

9 試求函數 $F(s)=\dfrac{3s+4}{s^2+4s+5}$ 的逆拉式轉換（inverse Laplace transform）？

(A) $e^{-2t}\left(3\cosh 3t-\dfrac{2}{3}\sinh 3t\right)$

(B) $e^{-2t}\left(3\cosh 3t+\dfrac{2}{3}\sinh 3t\right)$

(C) $e^{2t}\left(3\cos t+10\sin t\right)$

(D) $e^{-2t}\left(3\cos t-2\sin t\right)$

10 $(f*g)(t)$ 為函數 f 與 g 的迴旋積（convolution），則下列何者為錯？

(A) $(f*g)(t)=\int_0^t f(\tau)g(t-\tau)d\tau$

(B) $(f*g)(t)=\int_0^t g(\tau)f(t-\tau)d\tau$

(C) $(f*g)(t)=\int_0^t f(\tau)g(\tau-t)d\tau$

(D) $(f*g)(\tau)=\int_0^\tau g(t)f(\tau-t)dt$

11 已知函數 $F(x)=x$ ，$0<x<2$ ，以半幅展開 $F(x)$ 為傅立葉正弦級數 $F(x)=\sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin\dfrac{n\pi x}{2}$ ，則 $b_n=$ ？

(A) $b_n=\dfrac{4}{n\pi}\cos n\pi$ (B) $b_n=\dfrac{-4}{n\pi}\cos n\pi$ (C) $b_n=\dfrac{1}{n\pi}\cos n\pi$ (D) $b_n=\dfrac{-1}{n\pi}\cos n\pi$

12 定義傅立葉轉換為 $F(\omega)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-i\omega x}dx$ ，求出函數 $f(x)=\begin{cases}1, & 0<x<2 \\ 0, & \text{其他}\end{cases}$ 的傅立葉轉換。

(A) $\dfrac{1-e^{i2\omega}}{i\omega\sqrt{2\pi}}$ (B) $\dfrac{1-e^{-i2\omega}}{i\omega\sqrt{2\pi}}$ (C) $\dfrac{1+e^{-i2\omega}}{i\omega\sqrt{2\pi}}$ (D) $\dfrac{1+e^{i2\omega}}{i\omega\sqrt{2\pi}}$

13 $f(t)$ 是週期為 2π 的函數，在 $-\pi\le t<\pi$ 之間定義為 $f(t)=\begin{cases}-4, & -\pi\le t<0 \\ 4, & 0\le t<\pi\end{cases}$ 。已知 $f(t)$ 的傅立葉級數（Fourier series）為 $f(t)=\dfrac{16}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{2n-1}\sin((2n-1)t)$ 。定義週期為 2π 的函數 $g(t)$ 在 $-\pi\le t<\pi$ 之間為：$g(t)=\begin{cases}0, -\pi\le t<0 \\ 2,\ 0\le t<\pi\end{cases}$ 。下列何者為 $g(t)$ 的傅立葉級數（Fourier series）？

(A) $g(t)=1+\dfrac{4}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{2n-1}\sin((2n-1)t)$

(B) $g(t)=\dfrac{1}{2}+\dfrac{4}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{2n-1}\sin((2n-1)t)$

(C) $g(t)=1+\dfrac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{2n-1}\sin((2n-1)t)$

(D) $g(t)=\dfrac{1}{2}+\dfrac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{2n-1}\sin((2n-1)t)$

14 利用 Frobenius 級數 $y(x)=\sum_{n=0}^{\infty} c_n x^{n+r}$ 的方法解微分方程式 $x^2y''+x^2y'-2y=0$，下列何者是這個問題的 indicial 方程式？

(A) $r^2-r=0$ (B) $r^2-r-2=0$ (C) $r^2+r-2=0$ (D) $r^2+r=0$

15 求 $\frac{d}{dz}\{z[\tan^{-1}(\ln z)]\}=$？

(A) $\frac{1}{(\ln z)^2}+\tan^{-1}(\ln z)$

(B) $\frac{1}{1+(\ln z)^2}+\tan^{-1}(\ln z)$

(C) $\tan^{-1}(\ln z)$

(D) $\frac{1}{(\ln z)}+\tan^{-1}(\ln z)$

16 設 z 為複數，下列敘述何者正確？

(A) $\left|e^{z^2}\right|\le e^{|z|^2}$

(B) $\cos(i\,\bar{z})\ne\overline{\cos(i\,z)}$，其中 $\bar{z}$ 表示 z 的共軛複數（complex conjugate）

(C)對於複數平面上任何兩點 z_1 與 z_2，公式 $Arg(z_1z_2)=Arg(z_1)+Arg(z_2)$ 皆成立，其中 $Arg(z)$ 表示複數 z 的主幅角（principal argument）

(D)函數 $\sin\bar{z}$ 在 $z=0$ 時為可析函數（analytic function）

17 設 C 為 $|z-2|=5$ 之封閉曲線，求逆時針方向積分 $\oint_C \frac{dz}{z-2}$ 之值？

(A) 1 (B) $2\pi i$ (C) 0 (D) π

18 給定一個連續隨機變數 X，它的機率密度函數為 $f(x)=\begin{cases}1/\left(\pi\sqrt{1-x^2}\right), & -1<x<1\\ 0, & otherwise\end{cases}$。則 X 的期望值（mean）為何？

(A) $1/2$ (B) $1/\pi$ (C) $1/2\pi$ (D) 0

19 非均質（nonhomogeneous）一維熱傳方程式 $u_t-c^2u_{xx}=Ne^{-\alpha x}$，利用轉換 $u(x,t)=v(x,t)+w(x)$ 可將該方程式均質化：$v_t-c^2v_{xx}=0$，則以下選項何者可為輔助函數 $w(x)$？其中 $u_t=\frac{\partial u(x,t)}{\partial t}$，$u_{xx}=\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}$，$v_t$ 及 v_{xx} 定義同 u_t 及 u_{xx}。

(A) $-N\alpha^2c^2e^{-\alpha x}$ (B) $Ne^{-c^2\alpha^2x}$ (C) $-\frac{N}{\alpha^2c^2}e^{-\alpha x}$ (D) $\frac{1}{N}e^{-c^2\alpha^2x}$

20 假設 x 是指數分配（exponential distribution），其機率密度函數為 $f(x)=\begin{cases}\alpha e^{-\alpha x}, & x>0\\ 0, & elsewhere\end{cases}$，若 $E(x)=u$，$P(x>u)=q$，則 q 的範圍為何？

(A) $1/2<q<1$ (B) $1/3<q<1/2$ (C) $1/4<q<1/3$ (D) $1/5<q<1/4$

測驗式試題標準答案

考試名稱：100年公務人員特種考試身心障礙人員考試

類科名稱：電力工程、電子工程

科目名稱：工程數學（試題代號：5312）

題　　數：20題

標準答案：

題號	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
答案	D	C	A	D	D	C	D	C	D	A	B	B	A	B	B	A	B	D	C	B

題號																				
答案																				

題號																				
答案																				

題號																				
答案																				

題號																				
答案																				

備　　註：