

代號：31050  
31150  
頁次：4-1

## 102年公務人員特種考試身心障礙人員考試試題

等 別：三等考試  
類 科：電力工程、電子工程  
科 目：工程數學  
考試時間：2小時

座號：\_\_\_\_\_

※注意：可以使用電子計算器。

### 甲、申論題部分：(50分)

- (一)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在申論試卷上，於本試題上作答者，不予計分。  
(二)請以藍、黑色鋼筆或原子筆在申論試卷上作答。

一、試利用拉氏轉換 (Laplace transform) 求解  $\begin{bmatrix} x_1' \\ x_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ ， $\begin{bmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}$

(其中  $x_i' \equiv \frac{dx_i}{dt}$ ， $i=1,2$ )。(15分)

二、試求函數  $\varphi(x, y, z) = xy + yz + zx$  於位置 (1,2,3) 朝向點 (0,1,2) 之方向導數。(10分)

三、假設隨機變數  $X$  與  $Y$  的聯合機率密度函數 (joint probability density function) 如下：

$$f(x, y) = \begin{cases} kxy, & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, x + y \leq 1 \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases}$$

(一)試求  $k$  值。(5分)

(二)試求隨機變數  $X$  的邊際分布函數 (marginal distribution function)。(5分)

(三)試計算出隨機變數  $X$  的期望值 (mean value)，亦即  $E(X)$ 。(5分)

四、試求出滿足方程式  $\sin z = \cosh 4$  之所有的根，此處  $z = x + iy$  為複數 (complex number)。(10分)

### 乙、測驗題部分：(50分)

代號：5310

- (一)本測驗試題為單一選擇題，請選出一個正確或最適當的答案，複選作答者，該題不予計分。  
(二)共 20 題，每題 2.5 分，須用 2B 鉛筆在試卡上依題號清楚劃記，於本試題或申論試卷上作答者，不予計分。

1 有一微分方程式  $y'' - 4y' + 4y = 0$ ， $y(0) = 3$ ， $y'(0) = 1$ ，下列何者為其解？

(A)  $y = 3e^{-2x} - 5xe^{-2x}$

(B)  $y = 3e^{2x} - 5xe^{2x}$

(C)  $y = 3e^{-2x} - 5xe^{2x}$

(D)  $y = 3e^{2x} - 5xe^{-2x}$

2 求解微分方程式  $y'' + y' + 0.5y = 0$ ，其解為？

(A)  $y = c_1 e^{-0.5x} - 0.5ic_2$

(B)  $y = c_1 e^{0.5x} + 0.5ic_2$

(C)  $y = e^{-0.5x}(c_1 \cos 0.5x + c_2 \sin 0.5x)$

(D)  $y = e^{0.5x}(c_1 \cos 0.5x - c_2 \sin 0.5x)$

3 設  $F(s) = L\{f(t)\}$  為  $f(t)$  之拉氏轉換，則下列何者為初值定理 (Initial-Value Theorem) ？

(A)  $\lim_{s \rightarrow 0} [sF(s)] = f(0)$

(B)  $\lim_{s \rightarrow \infty} [sF(s)] = f(0)$

(C)  $\lim_{s \rightarrow \infty} [F(s)/s] = f(0)$

(D)  $\lim_{s \rightarrow 0} [F(s)] = f(0)$

4 下列何者為  $y' = 1 + y^2$ ， $y(0) = 0$  之解？

(A)  $y(x) = \tan x \quad (-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2})$

(B)  $y(x) = \sec x \quad (-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2})$

(C)  $y(x) = \cot x \quad (0 < |x| < \pi)$

(D)  $y(x) = \csc x \quad (0 < |x| < \pi)$

5 已知微分方程式  $x^2 y' + y = 6x^3 + 5x^2 + 2x + 1$  的解可表為  $y(x) = \sum_{m=0}^3 a_m x^m$ ，試求常數  $a_0$ 、 $a_1$  及  $a_2$  之值，並

判定下列何者正確？

(A)  $a_0 + a_1 + a_2 = 6$

(B)  $a_0 + a_1 + a_2 = 4$

(C)  $a_0 + a_1 + a_2 = 2$

(D)  $a_0 + a_1 + a_2 = 0$

6 已知微分方程式  $y'' + \alpha y' + \beta y = Ke^{-3x}$  的特解為  $y_p(x) = 2x^2 e^{-3x}$ ，試求常數  $\alpha$ 、 $\beta$  及  $K$  之值，並判定下列何者正確？

(A)  $\alpha + \beta + K = 7$

(B)  $\alpha + \beta + K = 13$

(C)  $\alpha + \beta + K = 19$

(D)  $\alpha + \beta + K = 25$

7 函數  $f(t)$  之拉氏轉換 (Laplace transform) 為  $L\{f(t)\}$ ，令  $F(s) = L\{t \sin(2t)\}$ ，則  $F(4)$  等於何值？

(A) 1/100

(B) 1/50

(C) 1/25

(D) 1/10

8 假設兩向量  $\mathbf{R}_1 = p\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + \mathbf{k}$  ;  $\mathbf{R}_2 = \mathbf{i} + 8\mathbf{j} + q\mathbf{k}$  , 下列何者之  $p, q$  值會使  $\mathbf{R}_1$  平行  $\mathbf{R}_2$  ?

(A)  $p = -4$  ,  $q = 4$

(B)  $p = 4$  ,  $q = -4$

(C)  $p = -\frac{1}{4}$  ,  $q = -4$

(D)  $p = -4$  ,  $q = \frac{1}{4}$

9 試求向量場  $\mathbf{v} = 2xy\mathbf{i} + xe^y\mathbf{j} + 2z\mathbf{k}$  的散度 (divergence) :

(A)  $2y\mathbf{i} + xe^y\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$

(B)  $2y\mathbf{i} + x\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$

(C)  $2y + xe^y + 2$

(D)  $2y + x + 2$

10 求複變函數積分  $\oint_C \frac{z^5}{(z+2i)^5} dz$  之值, 其中積分路徑  $C$  為複數平面上包圍點  $-2i$  的任意逆時鐘方向封閉曲線, 其中  $i = \sqrt{-1}$  。

(A) 0

(B)  $10\pi$

(C)  $20\pi$

(D)  $50\pi$

11 複變函數  $f(z) = \frac{e^z - 1}{z^4}$  在  $z=0$  的留數 (residue) 為何?

(A)  $\frac{1}{2}$

(B)  $\frac{1}{4}$

(C)  $\frac{1}{6}$

(D)  $\frac{1}{8}$

12 請計算  $e^{2+7\pi i}$  之值, 其中  $i = \sqrt{-1}$  。

(A)  $e^2$

(B)  $-e^2$

(C)  $ie^2$

(D)  $-ie^2$

13 設  $\begin{bmatrix} \frac{dx_1}{dt} \\ \frac{dx_2}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 7 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ , 其中  $\begin{bmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ , 求  $\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$  ?

(A)  $\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} e^{3t} - 2 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} e^{-4t}$

(B)  $\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} e^{3t} - 2 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} e^{-4t}$

(C)  $\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} e^{3t} - 2 \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix} e^{-4t}$

(D)  $\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} e^{3t} - \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} e^{-4t}$

14 設  $\mathbf{A}$  及  $\mathbf{B}$  為任二  $n \times n$  矩陣, 且已知  $\mathbf{AB} = \mathbf{0}$  (其中  $\mathbf{0}$  為零矩陣), 則下列敘述何者恆真?

(A)  $\mathbf{A} = \mathbf{0}$  或  $\mathbf{B} = \mathbf{0}$

(B)  $\mathbf{BA} = \mathbf{0}$

(C)  $\mathbf{A}^T \mathbf{B}^T = \mathbf{0}$

(D)  $\mathbf{B}^T \mathbf{A}^T = \mathbf{0}$

15 設  $\mathbf{A}$ 、 $\mathbf{B}$  及  $\mathbf{C}$  為任三  $n \times n$  矩陣，則下列敘述何者不恆真？

(A)  $(\mathbf{A} + \mathbf{B}) + \mathbf{C} = \mathbf{A} + (\mathbf{B} + \mathbf{C})$

(B)  $(\mathbf{A} + \mathbf{B})\mathbf{C} = \mathbf{AC} + \mathbf{BC}$

(C)  $\mathbf{A}(\mathbf{BC}) = (\mathbf{AB})\mathbf{C}$

(D) 若  $\mathbf{AB} = \mathbf{AC}$ ，則  $\mathbf{B} = \mathbf{C}$

16 令  $\mathbf{I}$  表示單位矩陣，右上標  $T$  表示轉置 (transpose)，下列之  $L: \mathbf{R}^{n \times n} \rightarrow \mathbf{R}^{n \times n}$  不是線性轉換 (linear transformation) ？

(A)  $L(\mathbf{A}) = 3\mathbf{A}$

(B)  $L(\mathbf{A}) = \mathbf{A}^T$

(C)  $L(\mathbf{A}) = \mathbf{A} - \mathbf{I}$

(D)  $L(\mathbf{A}) = \mathbf{A} + \mathbf{A}^T$

17 函數  $f(z) = \frac{-2z+3}{z^2-3z+2}$  在  $1 < |z| < 2$  的前提下可展開為  $f(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n z^n$ ，則  $a_1$  值為：

(A) 0

(B)  $\frac{1}{4}$

(C)  $\frac{1}{2}$

(D) 1

18 若一粒子受  $F = (y - x^2 e^x)\mathbf{i} + (\cos(2y^2) - x)\mathbf{j}$  之力，沿以  $(1,1), (0,1), (1,3), (0,3)$  為頂點之長方形路徑  $C$  順時針方向運動一圈，求  $F$  所作的功：

(A) 2

(B) 4

(C) 6

(D) 8

19 兩連續隨機變數  $X$ 、 $Y$  之結合機率密度函數 (joint probability density function) 為

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} 4xy, & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}, \text{ 則下列何者錯誤?}$$

(A)  $f_{X,Y}(x,y) = f_X(x) \times f_Y(y)$

(B)  $f_{X,Y}(x,y) = f_X(x) + f_Y(y)$

(C)  $f_{X/Y}(x,y) = f_X(x)$

(D)  $f_{Y/X}(y,x) = f_Y(y)$

20 若一打雞蛋中有 3 個尚未煮熟，自該打雞蛋中隨機挑出 2 個，試求所挑出之 2 個雞蛋皆已煮熟之機率。

(A)  $\frac{5}{10}$

(B)  $\frac{6}{11}$

(C)  $\frac{7}{12}$

(D)  $\frac{8}{13}$

# 測驗式試題標準答案

考試名稱：102年公務人員特種考試身心障礙人員考試

類科名稱：電力工程、電子工程

科目名稱：工程數學（試題代號：5310）

題 數：20題

標準答案：

題號	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
答案	B	C	B	A	A	C	C	C	C	C	C	B	B	D	D	C	B	B	B	B

題號																				
答案																				

題號																				
答案																				

題號																				
答案																				

題號																				
答案																				

備 註：