

101年公務人員特種考試外交領事人員外交行政人員考試、101年公務人員特種考試國際經濟商務人員考試、101年公務人員特種考試法務部調查局調查人員考試、101年公務人員特種考試國家安全局國家安全情報人員考試、101年公務人員特種考試民航人員考試、101年公務人員特種考試經濟部專利商標審查人員考試試題

代號：80470

全一頁

考試別：專利商標審查人員

等別：三等考試

類科組：資訊工程

科目：離散數學

考試時間：2小時

座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

一、假設 A 、 B 、 C 是任意三個集合 (sets)。請判定以下每個敘述之真偽。

(一) $\emptyset \subseteq A \cap B \cap C$ 。(4分)

(二)若 $A \subset B$ ，則 $A \cap C \subset B \cap C$ 。(4分)

(三)若 $A \subset B$ ，則 $A \cup C \subset B \cup C$ 。(4分)

(四) $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$ 。(4分)

(五) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ 。(4分)

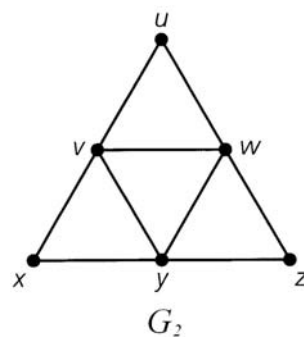
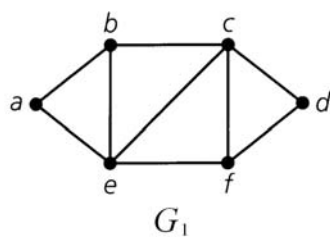
二、假設函數 $f(x) = x^2 - 3x + 2$ 之定義域 (domain) 與對應域 (codomain) 皆為所有整數所成之集合。請回答下列二子題。

(一) $f(x)$ 是否為一對一函數 (one-to-one function)？請說明理由。(10分)

(二) $f(x)$ 是否為映成函數 (onto function)？請說明理由。(10分)

三、請用數學歸納法 (mathematical induction) 證明 $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = n^2(n+1)^2/4$ ，其中 n 為正整數。(20分)

四、參考以下二個無向簡單圖 (undirected simple graph)，並回答下列二子題。



(一) G_1 是否存在從頂點 c 到頂點 e 的尤拉路徑 (Euler trail)？請從頂點分支度 (vertex degrees) 的角度，說明理由。(10分)

(二) G_1 與 G_2 是否為同構 (isomorphic)？請說明理由。(10分)

五、假設 X 是一離散隨機變數 (discrete random variable)，其機率分佈 (probability distribution) 如下： $\Pr(X=x) = c(6-x)$ ，若 $x \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ； $\Pr(X=x) = 0$ ，若 $x \notin \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 。其中， c 是一常數。請計算：

(一) c 的值。(10分)

(二) X 的期望值 (expected value)。(10分)