

考試別：國家安全情報人員  
等別：三等考試  
組別：電子組（外國文選試英文）  
科目：工程數學  
考試時間：2小時

座號：\_\_\_\_\_

※注意：禁止使用電子計算器。

甲、申論題部分：（50分）

- (一)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在申論試卷上，於本試題上作答者，不予計分。  
(二)請以藍、黑色鋼筆或原子筆在申論試卷上作答。

一、設  $y(t) = 2t + \int_0^t y(t-\tau) \sin \tau d\tau$ ，求  $y(t)$ 。（10分）

二、某圓盤狀的剛體（rigid body）： $\{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 \leq 4, z = 2\}$ 以正  $z$  軸為軸向自旋，角速度（angular velocity）大小為  $2.5 \text{ rad/sec}$ 。

(一)試求該圓盤上某點  $p(x, y, 2)$  相對於原點之瞬時速度（velocity） $\vec{v}$ 。（利用公式： $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$ ，其中  $\vec{\omega}$  為圓盤角速度， $\vec{r}$  為  $p$  點之位置向量。）（5分）

(二)試求向量場  $\vec{v}$  之旋度（curl）。（5分）

三、求  $C = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 & -2 \\ 3 & -12 & -2 & -6 \\ -2 & 10 & 2 & 5 \\ -1 & 6 & 1 & 3 \end{bmatrix}$  的反矩陣。（10分）

四、若  $f(x) = x \sin(x)$ ， $-\pi \leq x \leq \pi$ 。

求：(一)  $f(x)$  定義於  $[-\pi, \pi]$  的傅氏級數（Fourier series）。（10分）

(二)  $\sin(x) + x \cos(x)$  定義於  $[-\pi, \pi]$  的傅氏級數（Fourier series）。（10分）

乙、測驗題部分：（50分）

代號：6707

- (一)本測驗試題為單一選擇題，請選出一個正確或最適當的答案，複選作答者，該題不予計分。  
(二)共 20 題，每題 2.5 分，須用 2B 鉛筆在試卡上依題號清楚劃記，於本試題或申論試卷上作答者，不予計分。

1 下列何者為微分方程式  $yy'' = 2(y')^2$  的解？

- (A)  $\ln(c_1x + c_2)$  (B)  $(c_1x + c_2)^{-1}$  (C)  $e^{x+c}$  (D)  $[\ln(cx + c_2)]^{-1}$

2 令  $c$  是從  $(1,1,1)$  到  $(0,1,3)$  的直線線段，則  $\int_c xzdx - \cos(yz)dy + xydz$  等於多少？

- (A)  $\frac{1}{6}$  (B)  $\frac{3}{2}$  (C)  $\frac{-1}{2}$  (D) 1

3 下列何者是微分方程式  $y' + y = x/y$  的解，其中  $c$  為任意實數？

- (A)  $y = x^2 - 0.5$  (B)  $y^2 = ce^{-2x} + x - 0.5$  (C)  $y = ce^{-2x} + x - 0.5$  (D)  $y^2 = x - 0.5 + y$

（請接第二頁）

考試別：國家安全情報人員  
等別：三等考試  
組別：電子組（外國文選試英文）  
科目：工程數學

4 下列何者矩陣是列梯型（row echelon form）？

(A)  $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$       (B)  $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$       (C)  $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$       (D)  $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

5 下列向量場  $\vec{v}$  中，何者無旋量 ( $\text{curl } \vec{v} = \vec{0}$ )，且散度 (divergence) 最小？

(A)  $\vec{v} = [x, y, z]$       (B)  $\vec{v} = [-y, -x, z]$       (C)  $\vec{v} = [x, -z, y]$       (D)  $\vec{v} = [z, x, y]$

6 設  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ；若  $a+b=c+d$  且  $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$  是  $\mathbf{A}$  的一個特徵向量 (eigenvector)，則  $\mathbf{A}$  的特徵值 (eigenvalues) 為何？

(A)  $\lambda_1 = a+b, \lambda_2 = d-b$       (B)  $\lambda_1 = a+b, \lambda_2 = d-c$   
(C)  $\lambda_1 = a+b, \lambda_2 = c+d$       (D)  $\lambda_1 = a+b, \lambda_2 = c-d$

7 令矩陣  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 1 & 4 & 16 \\ 1 & 8 & 64 \end{pmatrix}$ ，則行列式  $|\mathbf{A}|$  等於？

(A) 12      (B) 24      (C) 36      (D) 48

8 令  $f(t) = \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s(s+1)^2}\right)$ ，則  $f(1)$  等於多少？

(A) 1      (B)  $1-2e^{-1}$       (C)  $1-e^{-1}-\frac{1}{2}e^{-2}$       (D)  $1+e^{-1}$

9 設  $u(t)$  為單位步階函數，則以下何者為此迴旋積 (convolution)  $u(t-3)*e^{-2t}$  的結果？

(A)  $0.5(1-e^{-2(t-3)})u(t-3)$       (B)  $0.5(1-e^{-3(t-3)})u(t-3)$   
(C)  $0.5(1-e^{3(t-3)})u(t-3)$       (D)  $0.5(1-e^{2(t-3)})u(t-3)$

10  $f(t)$  是週期為  $2\pi$  的函數，定義  $g(t)$  為  $g(t) = (f(t) + f(-t))/2$ ，將  $g(t)$  的傅立葉級數 (Fourier series) 表示成  $g(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(nt) + b_n \sin(nt))$ 。下列敘述何者正確？

(A)  $a_0 = 0$       (B)  $a_0 \neq 0$       (C)  $a_n = 0, n = 1, 2, 3, \dots$       (D)  $b_n = 0, n = 1, 2, 3, \dots$

11 若  $f(t)$  的拉式轉換 (Laplace transform) 為  $F(s) = \frac{s+3}{2s^2+2s+1}$ ，則  $f(0^+) = ?$

(A)  $\frac{1}{2}$       (B) 1      (C)  $\frac{3}{2}$       (D) 3

(請接第三頁)

考試別：國家安全情報人員  
等別：三等考試  
組別：電子組（外國文選試英文）  
科目：工程數學

12 下列何者為奇函數？

- (A)  $f(x) = x^4$                       (B)  $f(x) = \cos x$                       (C)  $f(x) = e^x + e^{-x}$                       (D)  $f(x) = \tan 3x$

13 週期為  $2\pi$  的週期性函數  $f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi < x \leq 0 \\ x, & 0 < x \leq \pi \end{cases}$ ，其傅立葉級數表示成  $f(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$ ，則

下列何者正確？

- (A)  $a_0 = \frac{\pi}{4}$                       (B)  $a_n = \frac{1}{n}$                       (C)  $b_n = 0$                       (D)  $a_0 = \frac{\pi}{2}$

14 將  $\sum_{n=1}^{\infty} 2nc_n x^{n-1} + \sum_{n=0}^{\infty} 6c_n x^{n+1}$  化簡成單一級數表示，則下列何者正確？

- (A)  $2c_1 + \sum_{n=1}^{\infty} ((2n+1)c_{n+1} + 6c_{n-1})x^n$                       (B)  $2c_1 + (6c_0 + 4c_2)x + \sum_{n=2}^{\infty} (2nc_{n+1} + 6c_n)x^n$   
(C)  $2c_1 + \sum_{n=1}^{\infty} (2(n+1)c_{n+1} + 6c_{n-1})x^n$                       (D)  $2c_1 + \sum_{n=1}^{\infty} ((2n+1)c_n + 6c_{n-1})x^n$

15 求  $\int_C (12z^2 - 4iz)dz$  之值，其中  $C$  為連結 (1,1) 與 (2,3) 之曲線，而  $y = x^3 - 3x^2 + 4x + 1$ ：

- (A)  $-150 + 30i$                       (B)  $-156 + 38i$                       (C)  $-150 + 38i$                       (D)  $-158 + 30i$

16 計算  $(1 + \sqrt{3}i)^{-10} = ?$

- (A)  $2^{-10}(1 + \sqrt{3}i)$                       (B)  $2^{-10}(1 - \sqrt{3}i)$                       (C)  $2^{-11}(-1 + \sqrt{3}i)$                       (D)  $2^{-11}(-1 - \sqrt{3}i)$

17 令  $u = u(x, y)$ ， $f$  為任意連續二次可微分函數，下列何者滿足偏微分方程式  $u_{xy} = u_{yy}$ ？

- (A)  $u = f(xy)$                       (B)  $u = f(x+y)$                       (C)  $u = f(x-y)$                       (D)  $u = f\left(\frac{x}{y}\right)$

18 設  $x$  為連續隨機變數，其機率密度函數為  $f(x) = e^{-|x|}/2$ ， $-\infty < x < \infty$ ，試求變異數 (variance)：

- (A) 1                      (B) 2                      (C) 3                      (D) 4

19 在某一個車站，公車到站的時間是隨意分布在上午 10 點到 10 點 50 分之間。一個乘客在上午 9 點 55 分抵達車站，則這個乘客至少還要等 20 分鐘才会有公車到站的機率為何？

- (A) 0.30                      (B) 0.40                      (C) 0.60                      (D) 0.70

20 假設  $x$ 、 $y$  是獨立隨機變數，機率密度函數各為  $f(x) = \begin{cases} 8/x^3, & x > 2 \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases}$ ， $g(y) = \begin{cases} 2y, & 0 < y < 1 \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases}$ ，若  $z = xy$ ，則期

望值  $E(z)$  為：

- (A)  $8/2$                       (B)  $8/3$                       (C)  $8/4$                       (D)  $8/5$

## 測驗題標準答案

考試名稱： 98年 公務人員特種考試外交領事人員暨國際新聞人員考試、法務部調查局調查人員考試、國家安全局國家安全情報人員考試

類科名稱： 電子組（外國文選試英文）

科目名稱： 工程數學（試題代號：6707）

題 數： 20題

標準答案：

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 題序 | 01 | 02 | 03 | 04 | 05 | 06 | 07 | 08 | 09 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 答案 | B  | A  | B  | A  | B  | A  | D  | B  | A  | D  | A  | D  | A  | C  | B  | C  | B  | B  | D  | B  |

備 註： 無更正紀錄。