

98年公務人員特種考試外交領事人員及國際新聞人員考試、
98年公務人員特種考試法務部調查局調查人員考試、98年公務人員特種考試國家安全局國家安全情報人員考試試題

代號：70850

全三頁
第一頁

考試別：國家安全情報人員
等別：三等考試
組別：數理組（外國文選試英文）
科目：機率統計
考試時間：2小時

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)作答時參考附表。

一、若 $X|P=p$ 的條件機率分配為二項分配 $\text{Bin}(15,p)$ ，且 P 的機率分配為均勻分配 $U(0,1)$ 試求：

(一) X 與 P 的聯合機率分配？（10分）

(二) X 的期望值 $E(X)=?$ （5分）

(三) X 的變異數 $\text{Var}(X)=?$ （5分）

二、如表所示為台灣過去5年登陸的颱風次數，假設每年颱風登陸次數服從 Poisson 分配，請估計今年登陸的颱風次數超過3次的機率為何？（10分）

年度	2004	2005	2006	2007	2008
登陸颱風次數	9	7	7	6	6

三、假設 $X_1, X_2, \dots, X_{10} \sim N(\mu, 10)$ ， $Y_1, Y_2, \dots, Y_5 \sim N(\mu, 15)$ 為兩組獨立常態分配隨機樣本，欲透過 $T = a\bar{X} + b\bar{Y}$ 來估計母體平均數 μ ，則 a 與 b 應為多少會使得 T 不僅是 μ 的不偏估計量，且有較小的變異數。（10分）

四、欲檢定 $H_0: \mu = 250$ 對 $H_1: \mu < 250$ ，已知母體為常態分配且標準差為 $\sigma = 10$ ，在顯著水準 $\alpha = 0.05$ 下，抽取 25 個樣本做檢定，假設真實母體平均數 $\mu = 245$ ，則此時檢定力（power）為多少？（10分）

五、某升大學補習班宣稱學生上榜率為 90% 以上，為檢定該補習班宣稱是否屬實，今隨機抽取 25 位學生，發現有 22 位學生上榜，請問：

(一) p-value 為多少？若顯著水準為 0.05，則該補習班宣稱是否屬實？（9分）

(二)若改為抽取 100 位學生，發現有 88 位學生上榜，則 p-value 為多少？（6分）

（請接第二頁）

考試別：國家安全情報人員
等別：三等考試
組別：數理組（外國文選試英文）
科目：機率統計

六、有一母體機率分配 $f(x)$ 如下所示：

X	-1	0	1
$P_X(x)$	0.2	0.5	0.3

(一)若 X_1 與 X_2 為抽自以上母體的兩個獨立樣本，試問 $Y = \frac{X_1 + X_2}{2}$ 的機率分配為何？

並請求出 $P(Y \leq 0) = ?$ (7分)

(二)若抽取 $n=100$ 個獨立樣本 $(X_1, X_2, \dots, X_{100})$ ，且 $\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_{100}}{100}$ ，求：

$P(\bar{X} \leq 0) = ?$ (8分)

七、 $X_1, X_2, \dots, X_n \sim U(0, \theta)$ ，令 $Y = \max(X_i)$ ，求：

(一)若 $T = \frac{Y}{\theta}$ ，求 T 的機率分配。(7分)

(二)利用(一)證明 $CI1 = \left[\frac{Y}{(1-\alpha)^{\frac{1}{n}}}, \frac{Y}{\left(\frac{\alpha}{2}\right)^{\frac{1}{n}}} \right]$ 與 $CI2 = \left[Y, \frac{Y}{\alpha^{\frac{1}{n}}} \right]$ 皆為 θ 的 $100(1-\alpha)\%$ 信賴區間。

(8分)

(三)試比較 $CI1$ 與 $CI2$ 何者較好。(5分)

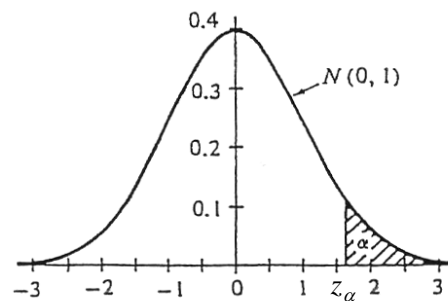
(請接第三頁)

考試別：國家安全情報人員
 等別：三等考試
 組別：數理組（外國文選試英文）
 科目：機率統計

Table :
$$F(x) = P(X \leq x) = \sum_{k=0}^x \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k (1-p)^{n-k}$$

n	x	p								
		0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45
25	0	0.2774	0.0718	0.0172	0.0038	0.0008	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000
	1	0.6424	0.2712	0.0931	0.0274	0.0070	0.0016	0.0003	0.0001	0.0000
	2	0.8729	0.5371	0.2537	0.0982	0.0321	0.0090	0.0021	0.0004	0.0001
	3	0.9659	0.7636	0.4711	0.2340	0.0962	0.0332	0.0097	0.0024	0.0005
	4	0.9928	0.9020	0.6821	0.4207	0.2137	0.0905	0.0320	0.0095	0.0023
	5	0.9988	0.9666	0.8385	0.6167	0.3783	0.1935	0.0826	0.0294	0.0086
	6	0.9998	0.9905	0.9305	0.7800	0.5611	0.3407	0.1734	0.0736	0.0258
	7	1.0000	0.9977	0.9745	0.8909	0.7265	0.5118	0.3061	0.1536	0.0639
	8	1.0000	0.9995	0.9920	0.9532	0.8506	0.6769	0.4668	0.2735	0.1340
	9	1.0000	0.9999	0.9979	0.9827	0.9287	0.8106	0.6303	0.4246	0.2424
	10	1.0000	1.0000	0.9995	0.9944	0.9703	0.9022	0.7712	0.5858	0.3843
	11	1.0000	1.0000	0.9999	0.9985	0.9893	0.9558	0.8746	0.7323	0.5426
	12	1.0000	1.0000	1.0000	0.9996	0.9966	0.9825	0.9396	0.8462	0.6937
	13	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9991	0.9940	0.9745	0.9222	0.8173
	14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9982	0.9907	0.9656	0.9040
	15	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9995	0.9971	0.9868	0.9560
	16	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9992	0.9957	0.9826
	17	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9988	0.9942
	18	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9984
	19	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9996
	20	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999
	21	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
	22	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
	23	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
	24	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
	25	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

Table : The Normal Distribution



$$P(Z > z_\alpha) = \alpha$$

$$P(Z > z) = 1 - \Phi(z) = \Phi(-z)$$

z_α	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641
0.1	0.4602	0.4562	0.4522	0.4483	0.4443	0.4404	0.4364	0.4325	0.4286	0.4247
0.2	0.4207	0.4168	0.4129	0.4090	0.4052	0.4013	0.3974	0.3936	0.3897	0.3859
0.3	0.3821	0.3783	0.3745	0.3707	0.3669	0.3632	0.3594	0.3557	0.3520	0.3483
0.4	0.3446	0.3409	0.3372	0.3336	0.3300	0.3264	0.3228	0.3192	0.3156	0.3121
0.5	0.3085	0.3050	0.3015	0.2981	0.2946	0.2912	0.2877	0.2843	0.2810	0.2776
0.6	0.2743	0.2709	0.2676	0.2643	0.2611	0.2578	0.2546	0.2514	0.2483	0.2451
0.7	0.2420	0.2389	0.2358	0.2327	0.2296	0.2266	0.2236	0.2206	0.2177	0.2148
0.8	0.2119	0.2090	0.2061	0.2033	0.2005	0.1977	0.1949	0.1922	0.1894	0.1867
0.9	0.1841	0.1814	0.1788	0.1762	0.1736	0.1711	0.1685	0.1660	0.1635	0.1611
1.0	0.1587	0.1562	0.1539	0.1515	0.1492	0.1469	0.1446	0.1423	0.1401	0.1379
1.1	0.1357	0.1335	0.1314	0.1292	0.1271	0.1251	0.1230	0.1210	0.1190	0.1170
1.2	0.1151	0.1131	0.1112	0.1093	0.1075	0.1056	0.1038	0.1020	0.1003	0.0985
1.3	0.0968	0.0951	0.0934	0.0918	0.0901	0.0885	0.0869	0.0853	0.0838	0.0823
1.4	0.0808	0.0793	0.0778	0.0764	0.0749	0.0735	0.0721	0.0708	0.0694	0.0681
1.5	0.0668	0.0655	0.0643	0.0630	0.0618	0.0606	0.0594	0.0582	0.0571	0.0559
1.6	0.0548	0.0537	0.0526	0.0516	0.0505	0.0495	0.0485	0.0475	0.0465	0.0455
1.7	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418	0.0409	0.0401	0.0392	0.0384	0.0375	0.0367
1.8	0.0359	0.0351	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0314	0.0307	0.0301	0.0294
1.9	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250	0.0244	0.0239	0.0233