

100 年公務人員特種考試民航人員、外交領事人員及國際新聞人員、國際經濟商務人員、法務部調查局調查人員、國家安全局國家安全情報人員及社會福利工作人員考試試題

代號：60860

全三頁  
第一頁

考試別：國家安全情報人員

等別：三等考試

類科組：電子組

科目：工程數學

考試時間：2 小時

座號：\_\_\_\_\_

※注意：禁止使用電子計算器。

甲、申論題部分：(50 分)

- (一)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在申論試卷上，於本試題上作答者，不予計分。  
(二)請以藍、黑色鋼筆或原子筆在申論試卷上作答。

一、利用拉氏轉換 (Laplace transform) 解  $f(t) = e^{-3t} \left[ e^t - 3 \int_0^t f(\tau) e^{3\tau} d\tau \right]$ 。(10 分)

二、考慮一圓錐面  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ ，並定義一點  $P_0 = (1, 1, \sqrt{2})$ 。

(一)試求此圓錐面於  $P_0$  點之切平面方程式。(5 分)

(二)試求此切平面通過  $P_0$  點之法線方程式參數表示法。(5 分)

(三)考慮在此圓錐面上之一條曲線  $C = \{ x = \cos(t), y = \sin(t), z = 1, 0 \leq t \leq 2\pi \}$ ，試求此曲線  $C$  上任何一點的曲率  $\kappa(t)$ 。(5 分)

三、令右上標  $T$  表示轉置 (transpose)、 $E = [u_1, u_2, u_3]$ 、 $F = [v_1, v_2]$ ，其中  $u_1 = [-1 \ 1 \ 1]^T$ 、 $u_2 = [1 \ 0 \ -1]^T$ 、 $u_3 = [1 \ 2 \ 1]^T$ 、 $v_1 = [2 \ -1]^T$ 、 $v_2 = [-1 \ 1]^T$ ，若一線性轉換 (linear transformation)  $L$  相對於基底 (basis)  $E$  及  $F$  ( $L: E \rightarrow F$ ) 之代表矩陣為  $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & 5 \end{bmatrix}$ ，試

判定  $L$  相對於標準基底  $R^3$  及  $R^2$  ( $L: R^3 \rightarrow R^2$ ) 之線性轉換函數， $L\left(\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}\right) = ?$  (15 分)

四、利用留數 (residue) 觀念，試求  $\int_0^\infty \frac{\cos x}{x^2 + 1} dx$  之值。(10 分)

乙、測驗題部分：(50 分)

代號：6608

- (一)本試題為單一選擇題，請選出一個正確或最適當的答案，複選作答者，該題不予計分。  
(二)共 20 題，每題 2.5 分，須用 2B 鉛筆在試卡上依題號清楚劃記，於本試題或申論試卷上作答者，不予計分。

1 已知微分方程式  $y'' + \alpha y' + \beta y = 0$  的通解為  $y(x) = c_1 e^{-2x} + c_2 e^{-3x}$ ，試求  $\alpha$  及  $\beta$  之值，並判定下列何者正確？(題中  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $c_1$  及  $c_2$  為常數)

- (A)  $\alpha + \beta = -11$                       (B)  $\alpha + \beta = 11$                       (C)  $\alpha + \beta = -5$                       (D)  $\alpha + \beta = 5$

(請接第二頁)

100 年公務人員特種考試民航人員、外交領事人員及國際新聞人員、國際經濟商務人員、法務部調查局調查人員、國家安全局國家安全情報人員及社會福利工作人員考試試題

代號：60860

全三頁  
第二頁

考試別：國家安全情報人員

等別：三等考試

類科組：電子組

科目：工程數學

- 2 下列何者可為  $\frac{dy}{dx} + 2xy = 4x$  之解？  
 (A)  $y = e^{-x^2}$  (B)  $y = 1 + e^{-x^2}$  (C)  $y = 2 + e^{-x^2}$  (D)  $y = 3 + e^{-x^2}$
- 3 設微分方程式  $y' + ay = 0$ ,  $y(0) = y_0$  的級數解 (series solution) 為  $y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-3x)^n}{n!}$ , 試求常數  $a$  及  $y_0$  之值, 並判定下列何者正確？  
 (A)  $a + y_0 = 2$  (B)  $a + y_0 = 3$  (C)  $a + y_0 = 4$  (D)  $a + y_0 = 5$
- 4 下列何者為微分方程式  $\frac{y' + 2x}{y^2 + 1} = 2x$  之通解 (其中  $y' \equiv \frac{dy}{dx}$ )？  
 (A)  $y = \frac{2}{c - x^2}$ , 其中  $c$  為常數 (B)  $y = \frac{2}{c + x^2}$ , 其中  $c$  為常數  
 (C)  $y = \frac{1}{c + x^2}$ , 其中  $c$  為常數 (D)  $y = \frac{1}{c - x^2}$ , 其中  $c$  為常數
- 5 函數  $f(t)$  之拉氏轉換 (Laplace transform) 為  $L\{f(t)\}$ , 令  $L\{f(t)\} = \frac{3s}{(s^2 + 9)^2}$ , 則  $f(t)$  可能為何？  
 (A)  $\frac{1}{2}t \sin(3t)$  (B)  $t \sin(3t)$  (C)  $t \cos(3t)$  (D)  $3t \cos(3t)$
- 6 向量場  $\mathbf{F} = xy\mathbf{i} + (zx - \sin(y))\mathbf{j} + yz\mathbf{k}$  在點  $P = (-1, 0, 1)$  的散度 (divergence) 為何？  
 (A)  $-\sqrt{2}$  (B)  $\frac{\sqrt{10}}{3}$  (C)  $-1$  (D)  $0$
- 7 假設路徑  $C$  為一逆時針方向的單位圓  $|z|=1$ , 試問下列何者不會滿足  $\int_C f(z)dz = 0$ ？  
 (A)  $f(z) = \frac{z^2}{z-3}$  (B)  $f(z) = \frac{1}{z^2 + 2z + 2}$  (C)  $f(z) = ze^{-z}$  (D)  $f(z) = \frac{e^z}{z^2}$
- 8 假設複數  $z = x + iy$ , 則下列那一個複變數函數是屬於全函數 (entire function)？  
 (A)  $f(z) = 2x + ixy^2$  (B)  $f(z) = e^x e^{-iy}$  (C)  $f(z) = xy + iy$  (D)  $f(z) = 3x + y + i(3y - x)$
- 9 令複數  $z = x + iy$  或  $z = re^{i\theta}$  ( $r > 0, 0 \leq \theta < 2\pi$ ), 試問複變數函數  $f(z) = \sqrt{r} e^{i\theta/2}$  ( $r > 0, 0 \leq \theta < 2\pi$ ) 的導數 (derivative)  $f'(z)$  為何？  
 (A)  $f'(z) = i \frac{f(z)}{z}$  (B)  $f'(z) = \frac{1}{2f(z)}$  (C)  $f'(z) = \frac{-i}{f(z)}$  (D)  $f'(z) = \frac{f(z)}{2}$
- 10 若  $\nabla f = \mathbf{i} + 3\mathbf{j} - 2\mathbf{k}$  且  $v = 3x\mathbf{i} + 2y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ , 則  $\nabla \cdot (fv) - f\nabla \cdot v$  為：  
 (A)  $0$  (B)  $3x + 6y - 2z$  (C)  $6\mathbf{i} + 18\mathbf{j} - 12\mathbf{k}$  (D)  $-6x - 18y + 12z$
- 11 下列何者為  $\oint_C 2x \cos(2y)dx - 2x^2 \sin(2y)dy$  之值, 其中  $C$  為一圓  $x^2 + y^2 = 4$  (定義為逆時針方向)。  
 (A)  $3\sqrt{2}$  (B)  $-3\sqrt{2}$  (C)  $2\sqrt{7}$  (D)  $0$
- 12 有一個矩陣  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 3 \\ 0 & 3 & -2 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ , 以下那一項是錯的？  
 (A) 其中一特徵值為  $4$  (B) 有一個特徵向量為  $[7 \ -4 \ 2]$   
 (C) 有一個特徵向量為  $[1 \ 0 \ 0]$  (D) 其中一特徵值為  $3$

(請接第三頁)

100 年公務人員特種考試民航人員、外交領事人員及國際新聞人員、國際經濟商務人員、法務部調查局調查人員、國家安全局國家安全情報人員及社會福利工作人員考試試題

代號：60860

全三頁  
第三頁

考試別：國家安全情報人員

等別：三等考試

類科組：電子組

科目：工程數學

13 若  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ ，試求  $\mathbf{A}^{-1}$ ？

(A)  $\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \\ -2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

(B)  $\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ -2 & 0 & -1 \end{bmatrix}$

(C)  $\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ -2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

(D)  $\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

14 設  $\mathbf{A}$  及  $\mathbf{B}$  為任二  $n \times n$  矩陣，且已知  $\mathbf{A}$  為奇異矩陣 (singular matrix)，則下列敘述何者不恒真？

(A) 矩陣  $\mathbf{AB}$  為奇異矩陣

(B) 矩陣  $\mathbf{A}^T$  為奇異矩陣

(C) 矩陣  $\mathbf{A} + \mathbf{B}$  為奇異矩陣

(D) 矩陣  $k\mathbf{A}$  為奇異矩陣 (其中  $k$  為一常數)

15 設  $\lambda_1, \dots, \lambda_n$  為矩陣  $\mathbf{A}$  的特徵值，則下列敘述何者不恒真？

(A) 矩陣  $\mathbf{A}^T$  的特徵值為  $-\lambda_1, \dots, -\lambda_n$

(B) 矩陣  $3\mathbf{A}$  的特徵值為  $3\lambda_1, \dots, 3\lambda_n$

(C) 若矩陣  $\mathbf{A}^{-1}$  存在，則其特徵值為  $1/\lambda_1, \dots, 1/\lambda_n$

(D) 矩陣  $\mathbf{A}^2$  的特徵值為  $\lambda_1^2, \dots, \lambda_n^2$

16 設  $\mathbf{A}$  及  $\mathbf{B}$  為任二  $n \times n$  可逆 (invertible) 矩陣，則下列敘述何者正確？

(A)  $\mathbf{AB} = \mathbf{BA}$

(B)  $(\mathbf{AB})^{-1} = \mathbf{B}^{-1}\mathbf{A}^{-1}$

(C)  $(\mathbf{A} + \mathbf{B})^{-1} = \mathbf{A}^{-1} + \mathbf{B}^{-1}$

(D)  $(\mathbf{A} + \mathbf{B})^2 = \mathbf{A}^2 + 2\mathbf{AB} + \mathbf{B}^2$

17 隨機變數  $X$ 、 $Y$  之期望值 (expected value)  $E(X) = 1.8$ ， $E(Y) = 1.7$ ， $E(XY) = 3.3$ ，變異數 (variance)  $\text{Var}(X) = 0.1$ ， $\text{Var}(Y) = 0.2$ ，則  $\text{Var}(X + Y) = ?$

(A) 0.24

(B) 0.64

(C) 0.78

(D) 0.96

18 假設  $X$  和  $Y$  為兩個獨立的隨機變數，則下列敘述何者錯誤？

(A) 隨機變數  $XY$  的期望值 (mean) 會滿足  $E(XY) = E(X)E(Y)$

(B) 隨機變數  $X$  和  $Y$  的協方差 (covariance) 會滿足  $\sigma_{XY} = 0$

(C) 隨機變數  $Z = X + Y$  的變異數 (variance) 會滿足  $\sigma_Z^2 = \sigma_X^2 + \sigma_Y^2$

(D) 隨機變數  $Z = X - Y$  的變異數 (variance) 會滿足  $\sigma_Z^2 = \sigma_X^2 - \sigma_Y^2$

19 二維隨機變數  $X$  與  $Y$  的聯合機率密度函數 (joint probability density function) 為  $f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} Kx, & 0 \leq x \leq 1, |y| \leq x^2 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$ 。

求  $K$  之值為何？

(A) 0.5

(B) 1.0

(C) 2.0

(D) 4.0

20 十元錢幣 2 枚，其一擲出後人像向上之機率為  $\frac{1}{10}$ ，另一枚則為  $\frac{1}{2}$ 。若自此 2 枚錢幣隨機挑選一枚然後擲出 2 次，試求第 2 次擲出為人像之機率。

(A)  $\frac{1}{10}$

(B)  $\frac{3}{20}$

(C)  $\frac{3}{10}$

(D)  $\frac{3}{5}$

# 測驗式試題標準答案

考試名稱：100年公務人員特種考試民航人員、外交領事人員及國際新聞人員、國際經濟商務人員、法務部調查局調查人員、國家安全局國家安全情報人員及社會福利工作人員考試

類科名稱：電子組(選試英文)

科目名稱：工程數學(試題代號：6608)

題數：20題

標準答案：

題號	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
答案	B	C	C	D	A	C	D	D	B	B	D	D	C	C	A	B	C	D	C	C

題號																				
答案																				

題號																				
答案																				

題號																				
答案																				

題號																				
答案																				

備註：