

100 年公務人員特種考試民航人員、外交領事人員及國際新聞人員、國際經濟商務人員、法務部調查局調查人員、國家安全局國家安全情報人員及社會福利工作人員考試試題

代號：60930

全一頁

考試別：國家安全情報人員

等別：三等考試

類科組：數理組

科目：數論

考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

一、求出四組滿足方程式 $35x + 55y + 77z = 1$ 的整數解 (x, y, z) 。(20 分)

二、求同時滿足下列條件的最小正整數 n ： $\frac{n}{2}$ 為完全平方數（即 m^2 的形式）， $\frac{n}{3}$ 為完全立方數，且 $\frac{n}{5}$ 為完全五次方數。(20 分)

三、證明： $\binom{n}{0} - \frac{1}{2}\binom{n}{1} + \frac{1}{3}\binom{n}{2} - \dots + \frac{(-1)^n}{n+1}\binom{n}{n} = \frac{1}{n+1}$ 。此處 $\binom{n}{i} = \frac{n!}{i!(n-i)!}$ ， $\binom{n}{0} = 1$ 為二項係數。(20 分)

四、求所有小於 36 的正整數 n ，使得 36 整除 $n^9 + n^6 + n^3 + 1$ 。(20 分)

五、任給兩個大於 1，且為互質的正整數 a, b 。試證：(20 分)

(一) $ab - a - b$ 不可能寫成 $a \cdot x + b \cdot y$ 的形式，其中 x, y 為非負整數。

(二) 任意比 $ab - a - b$ 大的整數都可以寫成 $a \cdot x + b \cdot y$ 的形式，其中 x, y 為非負整數。

【例如： $a = 3$ ， $b = 5$ ，則 7 無法寫成 $3 \cdot x + 5 \cdot y$ 的形式，其中 x, y 為非負整數；但 $8 = 3 + 5$ ， $9 = 3 \cdot 3$ ， $10 = 2 \cdot 5$ ， $11 = 2 \cdot 3 + 5$ …。事實上，任意比 7 大的整數都可以寫成 $3 \cdot x + 5 \cdot y$ 的形式。】