

100 年公務人員特種考試民航人員、外交領事人員及國際新聞人員、國際經濟商務人員、法務部調查局調查人員、國家安全局國家安全情報人員及社會福利工作人員考試試題

代號：60950

全一張
(正面)

考試別：國家安全情報人員

等別：三等考試

類科組：數理組

科目：機率統計

考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

- 一、A 及 B 兩支球隊爭取某冠軍頭銜，要連續比賽直到其中有一隊累計勝利 4 場、得到冠軍為止。假設各場比賽之間互相獨立，且每一場 A 贏 B 的機率是 p ， $0 < p < 1$ ，則賽完 6 場時產生冠軍的機率是多少？(10 分)
- 二、若事件 A 和 B 互相獨立且 $P(A) > 0$ ， $P(B) > 0$ ，則 A, B 是否互斥？理由必須說明清楚。(8 分)
- 三、設 U_1, U_2, \dots, U_8 為抽自均勻分布 $U(0, 1)$ 的隨機樣本， $U_{(1)} \leq U_{(2)} \leq \dots \leq U_{(8)}$ 為其順序統計量 (order statistics)，求以下機率：(寫出算式即可，不必計算答案)
- (一) $P(U_{(8)} < 0.6)$ (8 分)
- (二) $P(U_{(1)} < 0.3 < U_{(8)})$ (8 分)
- 四、設 Y 為二項分配隨機變數，參數為 n 及 p，則 Y 之變異數為 $\text{Var}(Y) = np(1-p)$
考慮 $V = n(Y/n)(1-Y/n)$
- (一)求 V 之期望值。(8 分)
- (二)參考(一)的答案，找一個 $\text{Var}(Y)$ 之不偏估計量。(8 分)
- 五、某環保團體從一條河隨機選取了 10 個定點，在每個定點收集了 1 公升河水，並度量了其中的含氧量 (假設這些含氧量大致符合常態分布，標準差為 0.8 毫克)，所得到的平均數是 4.6 毫克。這是否為足夠證據，顯示整條河的平均含氧量低於每公升 5 毫克？
- (一)寫出此檢定之原始假設 H_0 及對立假設 H_1 ，符號定義要寫清楚。(8 分)
- (二)算出 p-value。(8 分)
- (三)若 $\alpha = 0.05$ ，應怎樣做結論？(要說明理由，並且要根據問題的問法回答。)(8 分)
- 六、假設從某縣全體選民當中取出 200 人的簡單隨機樣本，其中有 120 人贊成某議題。
- (一)求該縣全體選民中支持該議題比例之 95% 信賴區間 (答案四捨五入到小數點後三位數)。(8 分)
- (二)試用一般人能了解的語言具體說明，「95% 信賴區間」中的「95%」之意義。(8 分)

(請接背面)

100 年公務人員特種考試民航人員、外交領事人員及國際新聞人員、國際經濟商務人員、法務部調查局調查人員、國家安全局國家安全情報人員及社會福利工作人員考試試題

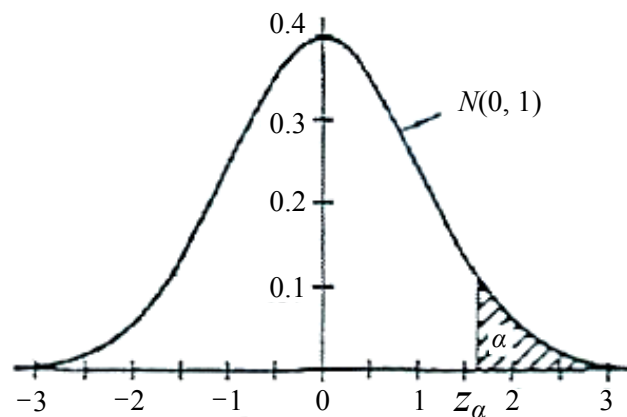
代號：60950

全一張
(背面)

考試別：國家安全情報人員
 等別：三等考試
 類科組：數理組
 科目：機率統計

七、假設一個特製銅板的正面機率 p 未知，現在投擲 8 次，記錄其正面數為 X_1 ，再擲 8 次，記錄其正面數為 X_2 ，依此類推、共執行 12 次，得隨機樣本 X_1, X_2, \dots, X_{12} 。求 p 的最大概似估計 (Maximum Likelihood Estimate, 簡稱 MLE)。(10 分)

附表 Normal Distribution



$$P(Z > z_\alpha) = \alpha$$

$$P(Z > z) = 1 - \Phi(z) = \Phi(-z)$$

z_α	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641
0.1	0.4602	0.4562	0.4522	0.4483	0.4443	0.4404	0.4364	0.4325	0.4286	0.4247
0.2	0.4207	0.4168	0.4129	0.4090	0.4052	0.4013	0.3974	0.3936	0.3897	0.3859
0.3	0.3821	0.3783	0.3745	0.3707	0.3669	0.3632	0.3594	0.3557	0.3520	0.3483
0.4	0.3446	0.3409	0.3372	0.3336	0.3300	0.3264	0.3228	0.3192	0.3156	0.3121
0.5	0.3085	0.3050	0.3015	0.2981	0.2946	0.2912	0.2877	0.2843	0.2810	0.2776
0.6	0.2743	0.2709	0.2676	0.2643	0.2611	0.2578	0.2546	0.2514	0.2483	0.2451
0.7	0.2420	0.2389	0.2358	0.2327	0.2296	0.2266	0.2236	0.2206	0.2177	0.2148
0.8	0.2119	0.2090	0.2061	0.2033	0.2005	0.1977	0.1949	0.1922	0.1894	0.1867
0.9	0.1841	0.1814	0.1788	0.1762	0.1736	0.1711	0.1685	0.1660	0.1635	0.1611
1.0	0.1587	0.1562	0.1539	0.1515	0.1492	0.1469	0.1446	0.1423	0.1401	0.1379
1.1	0.1357	0.1335	0.1314	0.1292	0.1271	0.1251	0.1230	0.1210	0.1190	0.1170
1.2	0.1151	0.1131	0.1112	0.1093	0.1075	0.1056	0.1038	0.1020	0.1003	0.0985
1.3	0.0968	0.0951	0.0934	0.0918	0.0901	0.0885	0.0869	0.0853	0.0838	0.0823
1.4	0.0808	0.0793	0.0778	0.0764	0.0749	0.0735	0.0721	0.0708	0.0694	0.0681
1.5	0.0668	0.0655	0.0643	0.0630	0.0618	0.0606	0.0594	0.0582	0.0571	0.0559
1.6	0.0548	0.0537	0.0526	0.0516	0.0505	0.0495	0.0485	0.0475	0.0465	0.0455
1.7	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418	0.0409	0.0401	0.0392	0.0384	0.0375	0.0367
1.8	0.0359	0.0351	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0314	0.0307	0.0301	0.0294
1.9	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250	0.0244	0.0239	0.0233