

101年公務人員特種考試外交領事人員外交行政人員考試、101年公務人員特種考試國際經濟商務人員考試、101年公務人員特種考試法務部調查局調查人員考試、101年公務人員特種考試國家安全局國家安全情報人員考試、101年公務人員特種考試民航人員考試、101年公務人員特種考試經濟部專利商標審查人員考試試題

代號：50730

全一頁

考試別：國家安全情報人員

等別：三等考試

類科組：數理組

科目：數論

考試時間：2小時

座號：\_\_\_\_\_

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

令  $i = \sqrt{-1}$ ，答案要附詳細中間過程，每小題獨立計分。

一、(一)求  $8x \equiv 10 \pmod{35}$  的所有整數  $x$  之解。(10分)

(二)求同餘聯立方程  $8x \equiv 10 \pmod{35}$  和  $x \equiv 10 \pmod{34}$  的所有整數  $x$  之解。(10分)

二、令  $u, v$  為自然數，滿足  $u^2 + 16^2 = v^2$  和  $i^u + i^v = -2$ ，求所有  $(u, v)$  之值。【用  $2^8 = (v+u)(v-u)$ 】(20分)

三、令  $u$  的自然數滿足  $u^2 \equiv 3^{19} \pmod{13}$  和  $u < 13$ ，求所有  $i^u$  之值。【用費馬小定理和尤拉判別法 Euler's Criterion】(20分)

四、令  $v$  為自然數， $p$  為  $v$  之某質因數。假設對所有整數  $x, v$  皆滿足  $x^v \equiv x \pmod{v}$ ，證明  $(p-1) | (v-1)$ 。【先敘述  $p$  的原根，Primitive Root modulo  $p$ 】(20分)

五、某市放颱風假，出現 to be or not to be 的選擇，請先編碼 (Encode) 這句英文成為 26 位的數字，記為  $D$ 。方法如下：依序接連取  $a$  為 10， $b$  為 11， $c$  為 12，...， $y$  為 34， $z$  為 35。設只有 yes 和 not 二種選擇，依上法 yes 編成 6 位數字，記為  $Y$ 。not 編成 6 位數字，記為  $N$ 。令 26 位數  $D = u \cdot 10^{13} + v$ ，其中  $u, v$  為自然數且  $u, v$  皆小於  $10^{14}$ 。比較  $2i^u + i^v$  和  $i^Y + i^N$  的實部與虛部，造成相同數字的  $Y$  或  $N$  為其選擇，請問某市選擇 yes 或 not? (20分)