

98年公務人員特種考試外交領事人員及國際新聞人員考試、  
98年公務人員特種考試法務部調查局調查人員考試、98年公務人員特種考試國家安全局國家安全情報人員考試試題

代號：60660

全一張  
(正面)

考試別：調查人員  
等別：三等考試  
組別：電子科學組  
科目：工程數學  
考試時間：2小時

座號：\_\_\_\_\_

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

一、設圓柱螺旋線之位置向量 (position vector) 為：

$$\vec{r}(\theta) = a \cos \theta \vec{i} + a \sin \theta \vec{j} + b\theta \vec{k}, \quad \theta \geq 0$$

求  $\theta = \frac{3}{2}\pi$  位置之

(一) 曲率 (curvature)  $\kappa$  (6分)

(二) 扭率 (torsion)  $\tau$  (6分)

二、設矩陣為  $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 3 \end{bmatrix}$ ,

求(一)  $A^{10}$  (6分)

(二)  $e^A$  (6分)

三、(一) 微分方程式  $y'' + p(x)y' + q(x)y = r(x)$ ..... (1)

請依下列程序解此方程式：

步驟一、令  $y(x) = u(x)v(x)$ ，視  $v(x)$  為因變數， $u(x)$  為參變數，求  $y'(x)$ 、 $y''(x)$

並將  $y(x)$ 、 $y'(x)$ 、 $y''(x)$  代入方程式 (1) 中，得

$$uv'' + (2u' + pu)v' + (u'' + pu' + qu)v = r(x) \dots \dots \dots (2) \quad (5 \text{ 分})$$

步驟二、令  $2u' + pu = 0$ ..... (3)

將 (3) 式代入 (2) 式中，可將 (2) 式簡化為

$$v'' + \left( q - \frac{p^2}{4} - \frac{p'}{2} \right) v = \frac{r(x)}{u(x)} \dots \dots \dots (4) \quad (5 \text{ 分})$$

步驟三、解 (4) 式，可得  $y = u(x)v(x)$

(本題之推導步驟應詳細寫出，否則不予計分)

(二) 試依(一)之步驟求解微分方程式：

$$4x^2 y'' + 4xy' + (x^2 - 1)y = x^2 e^{\frac{5}{2} - \frac{1}{2}x} \quad (10 \text{ 分})$$

(請接背面)

98年公務人員特種考試外交領事人員及國際新聞人員考試、  
98年公務人員特種考試法務部調查局調查人員考試、98年公務人員特種考試國家安全局國家安全情報人員考試試題

代號：60660

全一張  
(背面)

考試別：調查人員  
等別：三等考試  
組別：電子科學組  
科目：工程數學

四、試用 Laplace 轉換法解常微分方程式：

$$ty'' + (2t+3)y' + (t+3)y = 3e^{-t}, \quad y(0) = 0 \quad (16 \text{ 分})$$

五、求  $f(x) = e^{-x} \cos x, \quad x > 0$

之(一) Fourier cosine integral (10 分)

(二) Fourier sine integral (10 分)

$$\text{註：} \int e^{ax} \cos bxdx = \frac{1}{a^2 + b^2} e^{ax} (a \cos bx + b \sin bx) + c$$

$$\int e^{ax} \sin bxdx = \frac{1}{a^2 + b^2} e^{ax} (a \sin bx - b \cos bx) + c$$

六、證明  $\oint_c \frac{z^3 + 2z}{(z-1)^5 (z+2)^2 (z+3)} dz = 0 \quad c: |z| = 4 \quad (10 \text{ 分})$

七、求積分值  $\int_0^\infty \cos x^2 dx$  (方法不拘) (10 分)