

等 別：薦任

類 科：物理

科 目：微積分

考試時間：2小時

座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

一、試求極限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x \cos x}{\sin 2x - 2x}$ 。(10分)

二、試討論函數 $f(x) = \frac{x^2 + 7x - 4}{(x-3)^2}$ 之圖形的漸近線、遞增、遞減與凹凸方向。(15分)

三、試求積分 $\int_3^5 \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 2x - 3}}$ 之值。(15分)

四、試求不定積分 $\int \sqrt{1+x^3} x^5 dx$ 。(15分)

五、(一)證明當 $|x| < \frac{1}{3}$ 時， $\frac{1}{(1-3x)^2} = \sum_{n=0}^{\infty} 3^n (n+1)x^n$ 。(10分)

(二)利用(一)求級數 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (n+1)}{2^n}$ 之值。(10分)

六、試求積分 $\int_0^1 \int_{\sqrt{y}}^1 \sqrt{x^3 + 3} dx dy$ 之值。(15分)

七、E是由球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ 與圓錐 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 所圍起來之封閉固體，求此固體之體積。(10分)