

臺灣警察專科學校專科警員班三十一期（正期學生組）新生入學考試乙組數學科試題

壹、單選題：（一）三十題，題號自第 1 題至第 30 題，每題二分，計六十分。

（二）未作答者不給分，答錯者不倒扣。

（三）請將正確答案以 2 B 鉛筆劃記於答案卡內。

- 直線  $L: ax + by + c = 0$ ，試問下列哪一個條件使  $L$  通過第三象限？  
 (A)  $a = 0, bc < 0$       (B)  $ac < 0, bc < 0$       (C)  $ab < 0, bc > 0$       (D)  $ab > 0, ac < 0$ 。
- 設  $i = \sqrt{-1}$ ， $\omega = \frac{1}{2}(-1 + \sqrt{3}i)$ ， $z_1 = i$ ， $z_{n+1} = \omega z_n + i$ ， $n \in N$ ，試問  $z_{24}$  之值為下列何者？  
 (A)  $\omega$       (B)  $i$       (C)  $\omega + i$       (D)  $0$ 。
- 設  $a_n = (n+1) + (\frac{n}{2} + 2) + (\frac{n}{4} + 3) + (\frac{n}{8} + 4)$ ， $n \in N$ ，試問下列敘述何者正確？  
 (A)  $\langle a_n \rangle$  為等差數列，公差為 10      (B)  $\langle a_n \rangle$  為等差數列，公差為  $\frac{15}{8}$   
 (C)  $\langle a_n \rangle$  為等比數列，公比為  $\frac{1}{8}$       (D)  $\langle a_n \rangle$  為等比數列，公比為  $\frac{1}{2}$ 。
- 將正奇數依下法分群：(1)，(3, 5)，(7, 9, 11)，(13, 15, 17, 19)，...，試問第  $n$  群（有  $n$  個正奇數）的首項為下列何者？  
 (A)  $2n + 1$       (B)  $2n + 3$       (C)  $n^2 - n + 1$       (D)  $n^2 + n + 1$ 。
- 設  $f(x) = x^3 - x^2 - 11x - 4$ ， $g(x) = x^4 + 2x^3 + 5x + 2$  的最高公因式為  $d(x)$ ，最低公倍式為  $m(x)$ ，若  $p(x)f(x) + q(x)g(x) = d(x)$ ，試問下列何者正確？  
 (A)  $\deg d(x) = 1$       (B)  $\deg m(x) = 5$       (C)  $m(x) = \frac{f(x) \cdot g(x)}{d(x)}$       (D)  $p(x)$  是唯一的。
- 試問不等式  $\frac{2x+3}{x-2} \geq 1$  的解集合為下列何者？  
 (A)  $\{x \mid x \geq 2 \text{ 或 } x \leq -5\}$       (B)  $\{x \mid x \geq -5 \text{ 且 } x \neq 2\}$   
 (C)  $\{x \mid -5 < x < 2\}$       (D)  $\{x \mid x > 2 \text{ 或 } x \leq -5\}$ 。
- 解聯立方程式  $\begin{cases} 9^x \cdot 4^{2y} = 3981312 \\ 5^{2x} \cdot 4^y = 400000 \end{cases}$ ，試問  $(x, y)$  為下列何者？  
 (A) (1,4)      (B)  $(\frac{1}{2}, \frac{9}{2})$       (C) (2,5)      (D)  $(\frac{5}{2}, \frac{7}{2})$ 。
- 設  $P$  為銳角  $\triangle ABC$  的外心，若點  $P$  到  $\overline{BC}$ ， $\overline{CA}$ ， $\overline{AB}$  的距離依次為  $x, y, z$ ，試問  $x : y : z$  之值為下列何者？  
 (A)  $\sin A : \sin B : \sin C$       (B)  $\cos A : \cos B : \cos C$       (C)  $\tan A : \tan B : \tan C$       (D)  $\cot A : \cot B : \cot C$ 。
- 試問  $\frac{\cos(270^\circ + \theta) \tan(180^\circ - \theta) \cot(180^\circ + \theta)}{\sin(90^\circ - \theta) \tan(540^\circ - \theta)}$  之值經化簡後為下列何者？  
 (A)  $\sin \theta$       (B)  $\cos \theta$       (C) 0      (D) 1。
- 試問方程式  $2\pi \sin x = x$  的實根個數為下列何者？  
 (A) 0      (B) 1      (C) 3      (D) 5。
- 試問  $\sin 20^\circ \cos 70^\circ + \sin 10^\circ \sin 50^\circ$  之值為下列何者？  
 (A)  $\frac{3}{4}$       (B)  $\frac{1}{4}$       (C) 0      (D)  $-\frac{1}{4}$ 。

12. 試問 $(\frac{1-i}{\sqrt{2}})^{10}$  之值為下列何者？

- (A) 1 (B) -1 (C)  $i$  (D)  $-i$  。

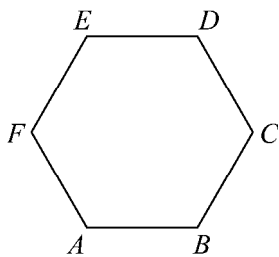
13.  $L_1: \frac{x-1}{2} = \frac{2-y}{2} = \frac{z+2}{1}$ ,  $L_2: \begin{cases} x=3+4t \\ y=-4t \\ z=-1+2t \end{cases}$ ,  $t$  為實數，試問下列何者為真？

- (A)  $L_1 = L_2$  (B)  $L_1 // L_2$  (C)  $L_1, L_2$  為歪斜線 (D)  $L_1, L_2$  交於一點 。

14. 試問下列何者為真？

- (A) 點 $(a,b,c)$  在 $x$ 軸上之投影為 $(a,b,0)$  (B) 點 $(a,b,c)$  在 $xy$ 平面上之投影為 $(a,0,0)$   
 (C) 點 $(a,b,c)$  到 $xy$ 平面之距離為 $c$  (D) 點 $(a,b,c)$  至 $x$ 軸之距離為 $\sqrt{b^2+c^2}$  。

15. 如下圖， $ABCDEF$  為一正六邊形，試問下列向量內積中何者最大？



- (A)  $\vec{AB} \cdot \vec{AB}$  (B)  $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$  (C)  $\vec{AB} \cdot \vec{AD}$  (D)  $\vec{AB} \cdot \vec{AE}$  。

16. 設 $A, B, C$  為平面上不共線的三相異點，點 $P$  滿足 $\vec{AP} = 2\vec{AB} + \vec{AC}$ ，而 $\vec{AP}$  與 $\vec{BC}$  交於 $R$ ，試問 $(\triangle CPR \text{ 的面積}) : (\triangle ABR \text{ 的面積})$  之值為下列何者？

- (A) 2 : 1 (B) 3 : 1 (C) 4 : 1 (D) 5 : 1 。

17.  $L: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$ ，球面 $S: (x-1)^2 + (y-4)^2 + (z-1)^2 = 17$ ，試問下列何者為真？

- (A)  $L$  與  $S$  相切 (B)  $L$  與  $S$  交於兩點 (C)  $L$  與  $S$  不相交 (D)  $L$  與  $S$  交於一線段 。

18. 設直線 $x+my-m=0$  與圓 $x^2+y^2-x=0$  相交於 $A, B$  兩點，若 $\vec{AB}=1$ ，試問 $m$  之值為下列何者？

- (A)  $\sqrt{2}$  (B)  $\frac{1}{2}$  (C)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (D)  $-2$  。

19. 七個不同顏色的珠球串成項鍊，試問有幾種串法？

- (A) 360 (B) 720 (C) 1440 (D) 2520 。

20. 設數列 $\langle a_n \rangle$  滿足 $a_1=1$  及遞迴關係式 $a_{n+1} = a_n + \frac{1}{2}$ ， $n$  為正整數，試問 $\sum_{k=1}^{40} a_k$  之值為下列何者？

- (A)  $(\frac{1}{2})^{40}$  (B)  $\frac{1850}{4}$  (C) 430 (D) 210 。

21. 試問在 $(3x^2-2y)^7$  展開式中 $x^4y^5$  項的係數為下列何者？

- (A) -6048 (B) 6048 (C) -3024 (D) 3024 。

22. 大樂透彩從 1~49 個號碼開出 6 個號碼，必須至少選中 3 個才有中獎。已知阿月購買第一期大樂透彩且沒中獎，試問阿月購買的號碼有幾種可能？

- (A)  $C_6^{43} + C_5^{43} + C_4^{43}$  (B)  $\frac{C_6^{43} \times C_5^{43} \times C_4^{43}}{3!}$   
 (C)  $C_6^{43} + C_5^{43} \times C_1^6 + C_4^{43} \times C_2^6$  (D)  $C_6^{43} \times C_5^{43} \times P_1^6 \times P_4^{43} \times P_2^6$  。

23. 試問坐標平面上方程式 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$  的圖形與 $\frac{(x+1)^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$  的圖形共有幾個交點？

- (A) 1 個 (B) 2 個 (C) 3 個 (D) 4 個 。

24. 試問拋物線  $y^2 = 8x$  被直線  $x - 2y = 2$  所截的弦長為下列何者？  
 (A) 40 (B)  $8\sqrt{5}$  (C)  $4\sqrt{30}$  (D) 50。
25. 設有 10 筆  $(x_i, y_i)$  的資料， $S_x = 4$ ， $S_y = 2$ ，且相關係數  $r = 0.8$ ，試問  $y$  對  $x$  做迴歸其迴歸線的斜率為下列何者？  
 (A) 0.4 (B) 0.64 (C) 0.8 (D) 1。
26. 假設臺北市在民國 88 年底有 200 萬人口，臺北縣有 300 萬人口，每一年臺北市有 10% 的人口搬到臺北縣其餘 90% 不動，而臺北縣有 20% 人口搬到臺北市其餘 80% 不動，試問民國 90 年底的人口數，臺北市有多少人？  
 (A) 232 萬人 (B) 240 萬人 (C) 260 萬人 (D) 268 萬人。
27. 聯立方程式  $\begin{cases} 3x - 2y + 2z = 16 \\ 2x - y + 4z = 18 \\ 7x - 3y + 2z = 26 \end{cases}$  的增廣矩陣  $\begin{bmatrix} 3 & -2 & 2 & 16 \\ 2 & -1 & 4 & 18 \\ 7 & -3 & 2 & 26 \end{bmatrix}$ ，經列運算簡化為矩陣  $\begin{bmatrix} 1 & -1 & \alpha & -2 \\ 0 & 1 & \beta & 22 \\ 0 & 0 & \gamma & 3 \end{bmatrix}$ ，  
 試問下列何者為真？  
 (A)  $\alpha = 2$  (B)  $\beta = 8$   
 (C)  $\gamma = -1$  (D) 該方程組無限多組解。
28. 空間中  $A(2, 1, 1)$ 、 $B(0, 1, 2)$ 、 $C(2, 3, 1)$  三點，試問以此三點  $A$ 、 $B$ 、 $C$  為頂點之三角形面積為下列何者？  
 (A) 8 (B) 4 (C)  $2\sqrt{5}$  (D)  $\sqrt{5}$ 。
29. 設方程組  $\begin{cases} (2a + b + c)x + by + cz = 0 \\ ax + (a + 2b + c)y + cz = 0 \\ ax + by + (a + b + 2c)z = 0 \end{cases}$  有  $x = y = z = 0$  外的解，試問下列何者恆真？  
 (A)  $a = b = c$  (B)  $a + b + c = 1$  (C)  $a + b + c = 0$  (D)  $a$ 、 $b$ 、 $c$  完全相異。
30. 在  $x \geq 0$ ， $y \geq 0$ ， $x + 2y - 2 \leq 0$ ， $2x + y - 2 \leq 0$  的條件下，試問  $x + y$  的最大值為下列何者？  
 (A)  $\frac{4}{3}$  (B)  $\frac{2}{3}$  (C)  $\frac{1}{3}$  (D)  $\frac{3}{4}$ 。

貳、多重選擇題：(一) 共十題，題號自第 31 題至第 40 題，每題四分，計四十分。

(二) 每題五個選項各自獨立，其中至少有一個選項是正確的，每題皆不倒扣，五個選項全部答對得該題全部分數，只錯一個選項可得一半分數，錯兩個或兩個以上選項不給分。

(三) 請將正確答案以 2 B 鉛筆劃記於答案卡內。

31. 我國的農曆以天干（甲乙丙丁戊己庚辛壬癸），地支（子丑寅卯辰巳午未申酉戌亥）記年，試問自民國 31 年到 90 年（辛巳年）中，有哪些記年未曾用過？  
 (A) 甲戌 (B) 丁午 (C) 庚卯 (D) 壬巳 (E) 癸未。
32. 關於三次方程式  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ ，試問下列敘述哪些是正確的？  
 (A)  $f(x) = 0$  至少有一實根  
 (B)  $f(x) = 0$  至少有一複數根  
 (C) 若  $f(x) = 0$  有一根  $1 + i$ ，則必有一根  $1 - i$   
 (D) 若  $a, b, c, d \in Z$  且  $f(x) = 0$  有一根  $1 + \sqrt{2}$ ，則必有一根  $1 - \sqrt{2}$   
 (E) 若  $a, b, c, d \in Z$ ，則  $f(x) = 0$  至少有一實根。
33. 設  $\log x = -5.6789$ ，試問下列哪些正確？  
 (A)  $\log x$  的首數為  $-5$   
 (B)  $\log x$  的尾數為 0.6789  
 (C)  $x$  的值在小數點後第六位始出現不為 0 的數字  
 (D)  $\log x$  的第一位有效數字為 4  
 (E)  $\log x$  的第一位有效數字為 2。

34.  $\triangle ABC$  中，滿足下列條件，試問哪些恰有一解？

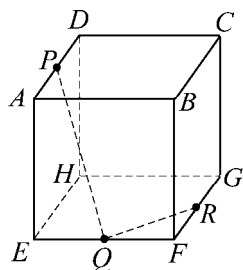
- (A)  $a=5, b=10, \angle A=30^\circ$                       (B)  $a=4, b=4\sqrt{3}, \angle A=30^\circ$   
 (C)  $a=2\sqrt{3}, b=2\sqrt{2}, \angle A=60^\circ$                       (D)  $a=3, b=5, c=8$   
 (E)  $a=4, b=3, \angle A=30^\circ$  。

35.  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  為三個非零向量，試問下列哪些錯誤？

- (A)  $(\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{c} = \vec{a}(\vec{b} \cdot \vec{c})$                       (B)  $\vec{a} \perp \vec{b}, \vec{b} \perp \vec{c}$ ，則  $\vec{a} \perp \vec{c}$   
 (C) 若  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ ，則  $\vec{a} = \vec{0}$  或  $\vec{b} = \vec{0}$                       (D) 若  $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c}$ ，則  $\vec{b} = \vec{c}$   
 (E)  $|\vec{a}|^2 |\vec{b}|^2 = |\vec{a} \cdot \vec{b}|^2$  。

36. 試問關於空間的敘述下列哪些正確？

- (A) 平行同一平面的兩相異直線必平行  
 (B) 若  $L_1, L_2$  為一組歪斜線， $L_2, L_3$  也為一組歪斜線，則  $L_1, L_3$  亦為一組歪斜線  
 (C) 若直線  $L$  與平面  $E$  垂直，則包含直線  $L$  的所有平面皆與平面  $E$  垂直  
 (D) 若平面  $E$  與直線  $L$  交於  $P$  點且平面  $E$  上有兩條直線過  $P$  點與直線  $L$  垂直，則稱直線  $L$  與平面  $E$  垂直於  $P$  點  
 (E) 如下圖，正立方體  $ABCDEFGH$  中， $P, Q, R$  分別為各稜的中點，則  $\overline{PQ} \perp \overline{QR}$  。



37. 若已知某一筆資料之算術平均數  $\bar{x}=10$ ，標準差  $S_x=3$ ，中位數  $M_{ex}=12$ ，眾數  $M_{ox}=8$ ，四分位差  $IQR=3$ ，若  $y=-4x+3$ ，試問對新資料  $y$  而言，下列哪些正確？

- (A) 算術平均數 = 43    (B) 標準差 = -12    (C) 中位數 = -45    (D) 眾數 = -32  
 (E) 四分位差 = 12 。

38. 高鐵通車後，縮短了南北的距離，高鐵公司為了解乘客搭乘的滿意度，於各車廂放置意見箱，有效回收 1060 份意見表，其中 424 份覺得非常滿意，試問在 95% 的信心水準下，下列選項哪些為真？

- (A) 非常滿意的比例為 40%                      (B) 正負誤差為 4 個百分點  
 (C) 正負誤差為 3 個百分點                      (D) 信賴區間為  $[0.37, 0.43]$   
 (E) 信賴區間為  $[0.43, 0.46]$  。

39. 設  $A, B$  為二事件，已知  $P(A) = \frac{1}{2}$ ， $P(B) = \frac{1}{3}$ ， $P(A \cup B) = \frac{7}{12}$ ，試問下列各選項中，哪些是正確的？

- (A)  $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$     (B)  $P(A | B) = \frac{3}{4}$     (C)  $P(B | A) = \frac{3}{4}$     (D)  $P(A' | B') = \frac{5}{6}$   
 (E)  $P(B' | A') = \frac{5}{6}$  。

40. 設  $a, b, c$  均為正實數，且  $2a+b+c=3$ ，試問下列敘述哪些為真？

- (A)  $a^2bc$  的最大值為  $\frac{81}{256}$                       (B)  $2a^2+2b^2+\frac{c^2}{2}$  的最小值為 2  
 (C) 當  $a=1, b=\frac{1}{2}, c=\frac{1}{2}$  時， $abc$  有最大值為  $\frac{1}{4}$                       (D)  $\frac{2}{a}+\frac{1}{b}+\frac{3}{c}$  的最小值為 12  
 (E)  $\frac{2}{a}+\frac{1}{b}+\frac{9}{c}$  的最小值為 12 。

國文標準答案		中外歷史標準答案		中外地理標準答案		乙組數學標準答案		英文標準答案	
題 號	答 案	題 號	答 案	題 號	答 案	題 號	答 案	題 號	答 案
1	C	1	C	1	B	1	C	1	B
2	B	2	B	2	D	2	D	2	A
3	D	3	D	3	D	3	B	3	D
4	B	4	A	4	B	4	C	4	B
5	B	5	D	5	D	5	B	5	C
6	A	6	C	6	A	6	D	6	C
7	A	7	D	7	D	7	D	7	D
8	C	8	B	8	B	8	B	8	B
9	D	9	A	9	A	9	D	9	C
10	B	10	B	10	C	10	C	10	A
11	A	11	A	11	A	11	B	11	A
12	B	12	B	12	A	12	D	12	A
13	C	13	C	13	D	13	A	13	D
14	C	14	C	14	C	14	D	14	C
15	D	15	C	15	D	15	B	15	B
16	A	16	B	16	B	16	C	16	C
17	B	17	C	17	C	17	A	17	C
18	C	18	D	18	C	18	B	18	B
19	C	19	B	19	D	19	A	19	D
20	D	20	C	20	送分題	20	C	20	A
21	B	21	C	21	A	21	A	21	B
22	D	22	D	22	B	22	C	22	C
23	A	23	A	23	C	23	A	23	A
24	C	24	D	24	A	24	A	24	D
25	B	25	D	25	B	25	A	25	D
26	D	26	A	26	C	26	D	26	A
27	A	27	B	27	D	27	B	27	B
28	C	28	D	28	C	28	D	28	B
29	B	29	D	29	B	29	C	29	C
30	B	30	A	30	C	30	A	30	D
		31	ACD	31	BC	31	BCD	31	BCD
		32	BCD	32	ABD	32	BDE	32	ABC
		33	ABC	33	AD	33	CE	33	BCE
		34	ADE	34	DE	34	ACE	34	BCD
		35	ACE	35	AC	35	ABCDE	35	BC
		36	ACD	36	BDE	36	CDE	36	ABE
		37	ABC	37	BE	37	CE	37	BCE
		38	BCD	38	ABE	38	ACD	38	ABC
		39	ABE	39	ABC	39	ABE	39	ABCDE
		40	ABDE	40	ABC	40	ABE	40	BCD

製表單位：資訊室  
製表日期：01/05/22