

臺灣警察專科學校專科警員班三十二期（正期學生組）新生入學考試乙組數學科試題

壹、單選題：（一）三十題，題號自第 1 題至第 30 題，每題二分，計六十分。

（二）未作答者不給分，答錯者不倒扣。

（三）請將正確答案以 2 B 鉛筆劃記於答案卡內。

1. 已知  $\langle a_n \rangle$  為等差數列，且  $a_7 = 1$ ，則  $\sum_{k=1}^{13} a_k =$   
(A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13 。
2. 化簡  $2 \times 7^4 - 13 \times 7^3 + 7^2 - 54 \times 7 - 16 =$   
(A) -2 (B) -1 (C) 1 (D) 2 。
3. 投擲兩個公正的六面骰子，則出現點數和為 9 的機率為  
(A)  $\frac{1}{6}$  (B)  $\frac{1}{9}$  (C)  $\frac{1}{12}$  (D)  $\frac{1}{18}$  。
4. 已知  $a, -6, 12, \dots, -384$  是一個等比數列(首項為  $a$ )，則此數列共有幾項？  
(A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 。
5. 已知  $\log 5 = 0.6990$ ，將  $5^{32}$  展開後可得到  $n$  位數，則  $n =$   
(A) 22 (B) 23 (C) 24 (D) 25 。
6. 已知整係數多項式  $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + 9$  可分解成四個相異整係數一次因式的乘積，則  $a =$   
(A) 0 (B) -1 (C) 1 (D) 3 。
7. 四封不同的信，投入  $A, B, C, D, E$  五個不同的郵筒中，且每個郵筒最多一封，則有幾種投法？  
(A)  $4!$  (B)  $5!$  (C)  $5^4$  (D)  $4^5$  。
8. 請選出正確敘述的選項：  
(A)  $\log 21 = (\log 3)(\log 7)$  (B)  $3^{10} = 3^1 + 3^9$  (C)  $\log_2(3^2) = (\log_2 3)^2$  (D)  $\log_3 2 = \log_9 4$  。
9. 在  $xy$  平面上，點  $(\cos 2013^\circ, \sin 2013^\circ)$  位於哪一個象限？  
(A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限 。
10. 方程式  $x - 2013 + \log_2 x = 0$  有  $n$  個實數解，則  $n =$   
(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 。
11. 滿足不等式  $\log_3(x-1) < 1$  之整數  $x$  值共有幾個？  
(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 。
12. 已知在 1 至 1000 的正整數中，有  $n$  個數是 6 的倍數但不是 5 的倍數，則  $n =$   
(A) 33 (B) 133 (C) 166 (D) 199 。
13. 在  $xy$  坐標平面上，若  $A(\cos 13^\circ, \sin 13^\circ)$ 、 $B(\cos 73^\circ, \sin 73^\circ)$ ，則  $\overline{AB}$  的長為  
(A)  $\frac{1}{2}$  (B)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (C)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (D) 1 。
14. 已知袋中有 7 個白球、 $n$  個黑球。若從袋中一次取出兩個球同為白球的機率是  $\frac{7}{22}$ ，則  $n =$   
(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 。

15. 根據長期統計數據，6月份某地區的平均氣溫是攝氏25度，標準差是攝氏3.5度。已知當攝氏溫度為 $x$ 度時，華氏溫度為 $y = \frac{9}{5}x + 32$ 度。若該月份該地區的平均氣溫是華氏 $a$ 度，標準差是華氏 $b$ 度。則 $a+b =$
- (A) 51.3 (B) 77 (C) 83.3 (D) 115.3。
16. 已知在空間中的四點 $(0,0,0)$ 、 $(k,-4,7)$ 、 $(-1,1,-3)$ 、 $(3,-3,4)$ 共平面，則實數 $k =$
- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4。
17. 若 $x, y$ 均為實數，且滿足條件： $4x+3y \geq 0, 2x-y \leq 0, x+2y \leq 5$ ，則下列敘述何者錯誤？
- (A)  $4x+3y$ 的最小值為0 (B)  $4x+3y$ 的最大值為10 (C)  $3x+y$ 的最小值為0 (D)  $3x+y$ 的最大值為5。
18. 已知 $\sin \theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$ ，且 $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ ，則 $\sin(\frac{3\pi}{2} - \theta) =$
- (A)  $\frac{1}{\sqrt{5}}$  (B)  $-\frac{1}{\sqrt{5}}$  (C)  $\frac{2}{\sqrt{5}}$  (D)  $-\frac{2}{\sqrt{5}}$ 。
19. 化簡無窮級數 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+2^n}{3^n}$ 之值，可得下列哪個選項？
- (A)  $\frac{3}{2}$  (B)  $\frac{5}{2}$  (C)  $\frac{5}{3}$  (D) 不存在。
20. 有一組數據 $X$ 進行標準化後，得到新數據 $X'$ ，則下列選項何者錯誤？
- (A)  $X'$ 的平均數為0 (B)  $X'$ 的標準差為1 (C)  $X'$ 的變異數為1 (D)  $X'$ 的全距為1。
21. 將矩陣 $\begin{pmatrix} a & 1 & 3 & 6 \\ 1 & b & 2 & 3 \\ 3 & 1 & c & 8 \end{pmatrix}$ 進行數次的列運算後，得到矩陣 $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ ，則 $a+b+c =$
- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7。
22. 已知 $a = \frac{2012+2013}{2}$ ， $b = \frac{\log 2012 + \log 2013}{2}$ ， $c = \log\left(\frac{2012+2013}{2}\right)$ ，則下列選項何者正確？
- (A)  $a > b > c$  (B)  $c > a > b$  (C)  $a > c > b$  (D)  $c > b > a$ 。
23. 甲、乙兩人打靶，根據以前的統計資料顯示，甲、乙兩人命中率分別為 $\frac{3}{4}$ 與 $\frac{4}{5}$ 。若兩人的打靶互不影響，且每人對同一靶面各射擊一發，則此靶面恰中一發的機率為：
- (A)  $\frac{3}{4}$  (B)  $\frac{4}{5}$  (C)  $\frac{1}{20}$  (D)  $\frac{7}{20}$ 。
24. 有三個村莊兩兩相距3、5、7公里，已知有一口井到三村莊等距，則此井到其中一個村莊的距離為幾公里？
- (A)  $\frac{5\sqrt{3}}{3}$  (B)  $\frac{7\sqrt{3}}{3}$  (C)  $\frac{11\sqrt{3}}{3}$  (D)  $\frac{14\sqrt{3}}{3}$ 。
25. 已知 $a$ 為整數，且 $y = x^2 - (a+1)x + (a+1)$ 的圖形恆在 $x$ 軸的上方，則 $a$ 有幾個整數解？
- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4。
26. 已知正三角形 $ABC$ 之邊長為2，且重心為 $G$ ，則 $\vec{AG} \cdot \vec{AB} =$
- (A) 2 (B) 1 (C) -2 (D) -1。
27. 在 $xy$ 坐標平面上， $y = \sin x$ 與 $y = \frac{x}{3\pi}$ 的圖形有幾個相異的交點？
- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7。

28. 若  $\vec{u} = (a, -4, 3+c)$ 、 $\vec{v} = (b, -2, 1)$ 、 $\vec{w} = (1, 4c, -a)$ ，且  $\vec{u}$  與  $\vec{v}$  平行， $\vec{u}$  與  $\vec{w}$  垂直，則  $b =$   
 (A) 8 (B) 16 (C) -1 (D) -2。
29. 在  $xy$  坐標平面中，點  $P(-2, 2)$  到圓  $C: (x-2)^2 + (y+1)^2 = 9$  的切線長為  
 (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6。
30. 已知  $a, b$  均為實數，且  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^3 + bn^2 + n + 2}{3n^2 + 4n + 1} = 2$ ，則數對  $(a, b)$  為  
 (A) (0, 6) (B) (0, 0) (C) (6, 0) (D) (6, 6)。

貳、多重選擇題：(一) 共十題，題號自第 31 題至第 40 題，每題四分，計四十分。

(二) 每題五個選項各自獨立其中至少有一個選項是正確的，每題皆不倒扣，五個選項全部答對得該題全部分數，只錯一個選項可得一半分數，錯兩個或兩個以上選項不給分。

(三) 請將正確答案以 2 B 鉛筆劃記於答案卡內。

31. 在  $xy$  坐標平面上，直線  $L: \begin{cases} x = 3t - 2 \\ y = -4t - 1 \end{cases}, t \in R$ ，則下列哪些選項是正確的？

- (A) 點  $(-5, 3)$  在直線  $L$  上 (B) 直線  $L$  的法向量為  $(3, -4)$   
 (C) 直線  $L$  的方向向量為  $(3, -4)$  (D) 直線  $L$  的斜率為  $\frac{4}{3}$   
 (E)  $L$  的直線方程是可以表示成  $3x - 4y + 2 = 0$ 。

32. 已知  $f(x) = 2013^x$ 、 $g(x) = \log_{2013} x$ ，則下列哪些選項是正確的？

- (A)  $f(g(2013)) = 1$  (B)  $g(f(2013)) = 2013$   
 (C)  $\frac{f(2013)}{f(2000)} = \frac{f(14)}{f(1)}$  (D)  $g(2013) - g(2000) = g(15) - g(2)$   
 (E) 在  $xy$  平面中， $y = f(x)$  與  $y = g(x)$  的圖形對稱於  $y = x$  的直線。

33. 若  $A$ 、 $B$  均為二階轉移矩陣， $I$  為二階單位矩陣，則下列哪些選項是正確的？

- (A)  $A$  必有反方陣 (B)  $A+B$  必為轉移矩陣  
 (C)  $AB$  必為轉移矩陣 (D)  $A^2$  必為轉移矩陣  
 (E)  $\det(2A) = 4 \det A$ 。

34. 某地區有甲、乙、丙三家電信業者，據調查顯示：

甲業者每年保留  $\frac{3}{5}$  的顧客，而轉向乙業者與丙業者的使用戶，分別占  $\frac{1}{5}$  與  $\frac{1}{5}$ ；

乙業者每年保留  $\frac{3}{5}$  的顧客，而轉向甲業者與丙業者的使用戶，分別占  $\frac{1}{5}$  與  $\frac{1}{5}$ ；

丙業者每年保留  $\frac{3}{5}$  的顧客，而轉向甲業者與乙業者的使用戶，分別占  $\frac{1}{5}$  與  $\frac{1}{5}$ ；

已知最後電信市場會趨於穩定，則達穩定狀態時，甲、乙、丙三家電信業者的佔有率分別為  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 。則下列哪些選項是正確的？

- (A) 轉移矩陣為  $\begin{pmatrix} 0.6 & 0.2 & 0.2 \\ 0.2 & 0.6 & 0.2 \\ 0.2 & 0.2 & 0.6 \end{pmatrix}$  (B)  $a = \frac{1}{6}$  (C)  $b = \frac{1}{3}$  (D)  $c = \frac{1}{4}$   
 (E)  $a = b = c$ 。

35. 若  $N = \sum_{k=1}^{19} k^3$ ，則下列哪些選項是正確的？

(A)  $N$  是完全平方數

(B)  $N = \left( \sum_{k=1}^{19} k \right)^2$

(C)  $N$  是 3 的倍數

(D)  $N$  是 19 的倍數

(E)  $N$  是 5 位數。

36. 已知兩筆數據  $X$  與  $Y$  的相關係數為  $r$ ， $Y$  對  $X$  的回歸直線(最佳直線)的斜率為  $m$ 。若  $X' = 5X + 2$ 、 $Y' = 3Y - 1$ ，且  $X'$  與  $Y'$  的相關係數  $r'$ ， $Y'$  對  $X'$  的回歸直線(最佳直線)的斜率為  $m'$ ，則下列哪些選項是正確的？

(A)  $-1 \leq r \leq 1$

(B)  $-1 \leq m' \leq 1$

(C)  $r = r'$

(D)  $m = m'$

(E)  $m = \frac{3}{5}m'$ 。

37. 已知  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  為實係數三次多項式，則下列選項何者正確？

(A) 若  $8a + 4b + 2c + d = 0$ ，則  $x - 2$  為  $f(x)$  的因式

(B) 若  $f(1+i) = 0$ ，則  $y = f(x)$  的圖形與  $x$  軸只有一個交點

(C) 若  $f(2+3i) = 4+5i$ ，則  $f(2-3i) = 4-5i$

(D) 若方程式  $f(x) = 0$  在 1,2 之間有實數解，則  $f(1)f(2) < 0$

(E) 方程式  $f(x) = 0$  必有實數解。

38. 某校高三有學生 1000 人，第一次段考全校平均 52 分，樣本標準差為 8 分。已知成績呈現常態分布，則下列敘述何者正確？(已知在常態分布的資料中， $\bar{x}$  為平均數， $s$  為標準差，則區間  $(\bar{x} - s, \bar{x} + s)$  內約有 68% 個資料，區間  $(\bar{x} - 2s, \bar{x} + 2s)$  內約有 95% 個資料，區間  $(\bar{x} - 3s, \bar{x} + 3s)$  內約有 99.7% 個資料)

(A) 全校不及格(低於 60 分)的人數約有人 840 人

(B) 若甲生考 68 分，大概在全校排前 25 名

(C) 若乙生考 80 分，大概在全校排前 3 名

(D) 全校排名約 840 名的成績大概是 44 分

(E) 全校排名約 160 名的成績大概是 60 分。

39. 設實係數多項式  $f(x) = 2x^2 + ax + b$ ，已知對任意實數  $t$ ， $f(2+t) = f(2-t)$  恆成立，則下列選項何者正確？

(A)  $x = 2$  是曲線  $y = f(x)$  的對稱軸

(B)  $f(1) > f(5)$

(C)  $f(-1) = f(5)$

(D)  $a = -8$

(E)  $f(x)$  的最小值為  $f(2)$ 。

40. 連續投擲一個公正六面骰子 12 次，若隨機變數  $X$  表示出現點數為 6 的次數，則下列選項何者正確？

(A)  $X$  的期望值為 1

(B)  $X$  的期望值為 2

(C)  $X$  的變異數為  $\frac{5}{3}$

(D)  $X$  的變異數為 6

(E)  $X$  的標準差為  $\frac{5}{3}$ 。

專科警員班第 32 期正期組 - 乙組標準解答

國文標準答案		中外歷史標準答案		中外地理標準答案		乙組數學標準答案		英文標準答案	
題 號	答 案	題 號	答 案	題 號	答 案	題 號	答 案	題 號	答 案
1	C	1	B	1	D	1	D	1	D
2	D	2	C	2	B	2	A	2	B
3	A	3	B	3	A	3	B	3	A
4	B	4	B	4	A	4	A	4	B
5	C	5	D	5	B	5	B	5	A
6	B	6	C	6	A	6	A	6	C
7	D	7	B	7	A	7	B	7	A
8	C	8	A	8	D	8	D	8	D
9	A	9	D	9	C	9	C	9	C
10	A	10	A	10	D	10	B	10	C
11	B	11	B	11	C	11	C	11	B
12	D	12	D	12	B	12	B	12	D
13	C	13	B	13	B	13	D	13	A
14	D	14	B	14	D	14	A	14	C
15	C	15	C	15	C	15	C	15	B
16	B	16	C	16	B	16	D	16	A
17	D	17	B	17	B	17	C	17	B
18	A	18	C	18	B	18	A	18	D
19	B	19	A	19	C	19	B	19	C
20	C	20	B	20	A	20	D	20	C
21	D	21	D	21	B	21	C	21	A
22	B	22	C	22	B	22	C	22	C
23	C	23	D	23	A	23	D	23	C
24	B	24	A	24	B	24	B	24	B
25	D	25	D	25	C	25	C	25	B
26	A	26	A	26	C	26	A	26	B
27	A	27	B	27	A	27	D	27	D
28	B	28	C	28	D	28	A	28	A
29	D	29	A	29	A	29	B	29	D
30	C	30	C	30	C	30	A	30	C
		31	BE	31	AC	31	AC	31	BE
		32	AC	32	AC	32	BCE	32	AE
		33	ACD	33	AE	33	CDE	33	CDE
		34	ACE	34	ABCD	34	ACE	34	ABE
		35	AB	35	CDE	35	ABDE	35	D
		36	ADE	36	ABC	36	AC	36	BDE
		37	BE	37	ABD	37	ABCE	37	B
		38	BC	38	BCDE	38	ABCDE	38	DE
		39	BC	39	ACD	39	ACDE	39	E
		40	ADE	40	ACD	40	BC	40	AD

製表單位：資訊室  
製表日期：102/05/22