

等 別：二級考試

類 科：水利工程

科 目：高等流體力學

考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

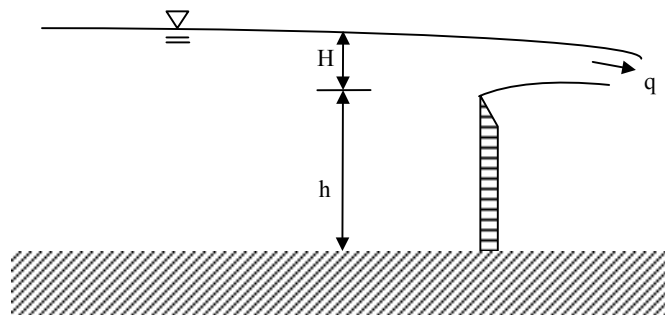
一、一不可壓縮 (incompressible)，二維 (two-dimensional) 的恆定流場 (steady flow)，其 x 方向之速度分量 (velocity component) u 為： (25 分)

$$u(x,y) = 2x。$$

(一)推導出所有可能的 y 方向速度分量 v 。(二)若此流場不可旋 (irrotational)，且已知 $u(0,0) = v(0,0) = 0$ ，則唯一之 y 方向速度分量 v 為何？(三)推導出(二)之特定流場的加速度 (acceleration) \bar{a} 。(四)推導出(二)之特定流場通過 $(x_0, y_0) = (1, 1)$ 之流線 (streamline)。

(五)解釋(二)之特定流場其流線 (streamline) 與煙線 (streakline) 相同的理由。

二、以下附圖之矩形銳緣堰 (rectangular sharp crest weir) 其水面至堰頂距離為 H ，堰高為 h ，單位寬度之流量為 q (因次為 L^2/T)，水流密度為 ρ ，重力加速度為 g 。(25 分)



(一)實驗的控制參數 (constraint parameter) 為何？

提示：雷諾數 (Reynolds number)、福祿數 (Froude number)、尤拉數 (Euler number)、韋伯數 (Weber number) 等等…。

(二)變數 H 、 h 、 q 、 ρ 、 g 中，是否有不需考慮者？若有，為何？(三)利用白金漢 Π 定理 (Buckingham pi theorem) 作因次分析 (dimensional analysis)，找出無因次參數 Π_i , $i=1,2,3,\dots$ 。(四)依雷利定理 (Rayleigh theorem)，吾人可建立型式如 $q = cH^{a_1}h^{a_2}\rho^{a_3}g^{a_4}$ 之關係式。請利用下表數據作出 q 之如上型式之實驗式。註： $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ ， $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ ，且實驗式不必要求因次齊次性 (dimensional homogeneity)。

q (m^2/s)	H (m)	h (m)
1	0.486	5
2	0.771	5
4	1.225	5
1	0.486	10
2	0.771	10
4	1.225	10

(請接背面)

等 別：二級考試
類 科：水利工程
科 目：高等流體力學

三、不可壓縮 (incompressible)、非黏滯性 (inviscid) 之三維 (three-dimensional) 流場可存有速度向量 \vec{u} 與速度勢 (velocity potential) ϕ 的關係式如 $\vec{u} = \nabla\phi$ 。若已知一位於坐標原點 $(x_s, y_s, z_s) = (0, 0, 0)$ 之涵 (sink) 其速度勢為： (25 分)

$$\phi_s = \frac{m}{4\pi r}, \quad r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \quad m = \text{constant},$$

則分別：

- (一) 寫出圖 (i) 之速度勢，
- (二) 寫出圖 (ii) 之速度勢，
- (三) 寫出圖 (iii) 之近似 (approximated) 速度勢，並算出圖中流量 Q 與涵之強度 m 之關係式。
- (四) 最後，請說明是否存在流函數 (stream function) 並解釋其理由。

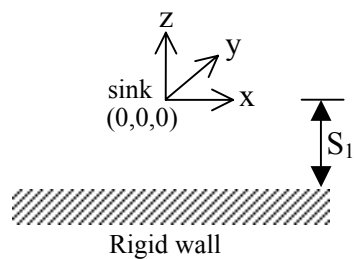


圖 (i)

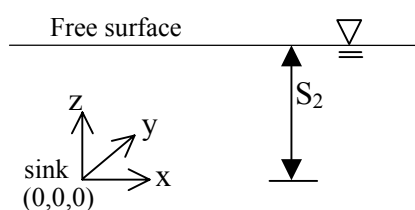


圖 (ii)

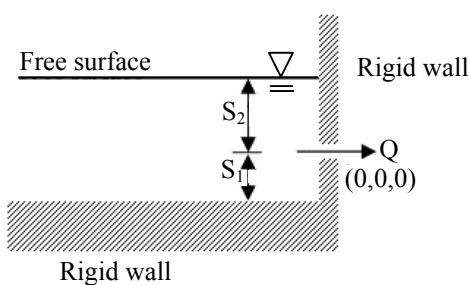


圖 (iii)

四、如下圖之雙層 (double-layered)、二維 (two-dimensional)、黏滯性 (viscous)、恆定平行流 (steady parallel flow) 將被用來模擬水庫內異重流 (density current) 之運動。上層自由水面 (free water surface) 平靜無風，深度範圍是 $0 \leq y \leq b$ ，下層底床是剛性 (rigid) 岩盤，深度範圍則是 $-b \leq y \leq 0$ 。上、下層流體之黏滯係數 (viscosity coefficient) 及密度分別是 μ_1, ρ_1 ，及 μ_2, ρ_2 。 (25 分)

- (一) 請寫出各層最精簡的控制方程式 (governing equations) 及邊界條件 (boundary conditions)，
- (二) 最終再解出各層的速度剖面 (velocity profiles)。

