

類 科：工業工程

科 目：作業研究

考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

一、ABC 紙公司有 10 間製紙廠供貨給 1000 位下游顧客。ABC 紙公司有 3 種機器，使用 4 種原料，生產 5 種紙品。該公司欲規劃每月的生產與供貨計畫以最低之總成本來生產與運輸，亦即欲求各紙廠(一)所需使用之各種機器之數量、(二)所需使用之各種原料之數量、(三)所需生產之各種紙品之數量、(四)供貨給各顧客的各種紙品之數量。已知相關的數據可供規劃使用，以代號表示如下。

 D_{jk} = 顧客j需求紙品k的數量 r_{klm} = 以機器l生產一噸紙品k所需使用原料m的數量 R_{im} = 紙廠i可使用原料m的總數量 c_{kl} = 以機器l生產一噸紙品k所需之數量 C_{il} = 紙廠i可使用之機器l的數量 P_{ikl} = 在紙廠i以機器l生產一噸紙品k的成本 T_{ijk} = 從紙廠i運送每一噸紙品k給顧客j的成本

構建出數學規劃模型以求出從紙廠i 運送紙品k給顧客j的總數量， t_{ijk} ；(10 分) 以及在紙廠i以機器l生產紙品k的總數量， y_{ikl} 。(10 分)

二、下列線性規劃問題

Maximize $Z = 3x_1 + 5x_2$

$x_1 \leq 4$

$2x_2 \leq 24$

$3x_1 + 2x_2 \leq 18$

$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$

(一)以簡捷法 (simplex method) 之表格形式 (tabular form) 求最佳解，並註明此解由那幾個基本變數 (basic variables) 所組成。(10 分)

(二)在基本變數組成之成員仍與(一)所解相同的條件下，請列出代數的解析步驟，求出目標式中之係數"5" (稱之為 c_2) 可容許之上限與下限。(10 分)

(三)以小題(二)所求得之 c_2 的上限與下限重新求最佳解， x_1 與 x_2 的值分別為何？(5 分)

(四)以圖解法來印證(二)(三)兩小題之解。(10 分)

三、 P 為馬可夫鏈 (Markov chain) 的一次轉換矩陣

$$P = \begin{matrix} \text{state} & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 4/5 & 0 & 1/5 & 0 \\ 1/4 & 0 & 1/2 & 1/4 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 1/10 & 2/5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1/3 & 0 & 1/3 & 1/3 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

(一)判別出此 Markov chain 有那幾個組 (classes)？並註明那些組具有重返性 (recurrent) 或是轉接性 (transient)。(10 分)

(二)(一)小題所判別出的各組的週期分別為多少？(10 分)

(請接背面)

98 年公務人員高等考試三級考試試題

代號：37540 全一張
(背面)

類 科：工業工程
科 目：作業研究

四、工廠中有 N 部生產機器，一位維修員。每部機器以平均值為 λ (次/天) 的普瓦松分配 (Poisson distribution) 速率當機，維修員以指數分配 (exponential distribution) 平均值為 $1/\mu$ (天/次) 的時間維修當機的機器。以生與死 (birth-and-death) 等候模型來解析此問題時

(一) 繪出當機數量的速率圖 (rate diagram)。(5 分)

(二) 列出生與死之各項平衡公式 (balance equations)。(10 分)

(三) 以長期運作的情況平均而言，有 n 部機器當機的機率， $n=0,1,2,\dots,N$ 。(10 分)