

類 科：氣象

科 目：大氣動力學

考試時間：2 小時

座號：\_\_\_\_\_

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

一、大氣水平動量方程式在高度座標可表示為

$$\frac{D\mathbf{V}}{Dt} = \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla)\mathbf{V} + w \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial z} = -f \mathbf{k} \times \mathbf{V} - \frac{1}{\rho} \nabla p + \mathbf{F}_r$$

其中  $\mathbf{V} = \mathbf{V}(x, y, z, t)$  為水平風速向量， $\rho$  為密度， $p$  為氣壓， $\mathbf{F}_r$  為分子摩擦力。試將此動量方程式以及靜力方程式轉換至  $\sigma$  座標 ( $\sigma = p/p_s(x, y, t)$ ， $p_s$  為地表壓力)，並以重力位  $\Phi$  來表示壓力梯度，假設  $p$  為靜力平衡。(10 分)

二、試由自然座標 (natural coordinates) 推導梯度風平衡 (gradient wind balance) 方程式，由作用力的平衡繪圖說明北半球此風場可存在正常低壓 (氣旋式的流場) 及不正常低壓 (反氣旋式的流場)，並推論為何觀測上北半球的颱風都是正常低壓。(15 分)

三、利用環流量 (circulation) 與垂直渦度 (vertical vorticity) 的關係，導出自然座標下的垂直渦度，其包括兩種分量組成，即風切渦度 (shear vorticity) 與曲率渦度 (curvature vorticity)，請解釋二者之物理意義。又北半球強烈颱風為氣旋式流場，低層是否會可以出現反氣旋式的垂直渦度？在何處？為什麼？(10 分)

四、原始的 Navier-Stokes 動量方程式只有分子黏滯項，並無渦流傳送項，請解釋為何大氣預報模式都有渦流傳送項。在不穩定的加熱的近地面，由渦流相關性 (eddy correlation) 解釋，亂流動能 TKE (turbulent kinetic energy) 方程式中之 MP (mechanical production) 及 BP (buoyant production) 都是使 TKE 增加。(10 分)

五、若二維簡化問題之內重力波頻率 ( $\nu$ ) 與波數之關係為

$$\hat{\nu} = \nu - \bar{u}k = \pm Nk / (k^2 + m^2)^{1/2}$$

其中  $\bar{u}$  為東西向基本風速， $N$  為浮揚頻率， $k$  與  $m$  分別為水平及垂直方向之波數。此山嶽波相速 (phase speeds) 及群速 (group velocity) 向何方向傳播？試由此關係決定穩態的 (steady-state) 二維山嶽波相位須向上游傾斜。(15 分)

六、對稱不穩定發生之機制需要等位溫 ( $\theta$ ) 面之斜率須大於等絕對動量 ( $M$ ) 面之斜率，證明此條件相當於環境場位渦須為負。(10 分)

七、針對連續成層流體，Rayleigh 理論提出準地轉系統之解須滿足

$$c_i \left[ \int_{-L}^{+L} \int_0^{\infty} a \frac{\partial \bar{q}}{\partial y} dy dz^* - \int_{-L}^{+L} b \frac{\partial \bar{u}}{\partial z^*} \Big|_{z^*=0} dy \right] = 0$$

其中  $a$  與  $b$  為正值， $\bar{q}$  為準地轉平均場之位渦， $\bar{u}$  為平均風速， $c_i$  為相速  $c$  之虛部值，流體南北寬由  $-L$  至  $L$ ， $z^*$  則相當於高度。由此限制討論滿足擾動不穩定的條件 (斜壓、正壓及下邊界作用等)。(15 分)

(請接背面)

類 科：氣象

科 目：大氣動力學

八、經假設後（如無摩擦曳力 drag）之緯向平均準地轉系統可得到橢圓方程式為

$$\frac{\partial^2 \bar{\chi}}{\partial y^2} + \frac{f_0^2}{N^2} \rho_0 \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \bar{\chi}}{\partial z} \right) = \frac{\rho_0}{N^2} \left[ \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\kappa \bar{J}}{H} - \frac{R}{H} \frac{\partial}{\partial y} (\overline{v'T'}) \right) - f_0 \frac{\partial^2}{\partial z \partial y} (\overline{u'v'}) \right]$$

其中 H 為大氣 scale height，緯向平均之流函數  $\bar{\chi}$  及非絕熱加熱率  $\bar{J}$ ，描述南北及垂直 (y-z) 剖面，即子午向環流 (meridional circulation)。請以此方程式來討論所謂三胞環流之 Hadley cell 及 Ferrel cell 形成的主要機制及作用。(15 分)