

類 科：核子工程

科 目：微積分與微分方程

考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

一、解下列邊界值問題：(20 分)

$$y'' - 10y' + 25y = 0, y(0) = 1, y'(1) = 0$$

二、令 $F(s) = L[f(t)] = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt$ 。證明 $L[f'(t)] = sF(s) - f(0)$ 及

$$L[f^{(n)}(t)] = s^n L[f(t)] - s^{n-1} f(0) - s^{n-2} f'(0) - \cdots - f^{(n-1)}(0), n \geq 1 \quad (15 \text{ 分})$$

三、求下列積分：

$$(一) \iiint_D \sin \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} dx dy dz, D = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\} \quad (15 \text{ 分})$$

$$(二) \int \sin(\ln x) dx \quad (15 \text{ 分})$$

四、求下列函數 $f(x, y)$ 在區域 D 上之最大值及最小值 (20 分)

$$f(x, y) = x^2 + 2y^2 - x, (x, y) \in D, D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1\}$$

五、令 $u = u(x, y)$, $x = r \cos \theta$, $y = r \sin \theta$ and假設函數 $u(x, y)$ 之二次偏導函數為連續函數。試求 $\frac{\partial^2 u}{\partial r \partial \theta}$ 之公式 (15 分)