

99 年公務人員高等考試三級考試試題 代號：31980、32480 全一張
32880、37280 (正面)

類 科：統計、經建行政、農業行政、交通技術

科 目：統計學

考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

註： $z_{0.05} = 1.645$, $z_{0.025} = 1.96$, $z_{0.1587} = 1.0$, $z_{0.0228} = 2.0$, $z_{0.0013} = 3.0$, $F_{0.05}(3, 6) = 4.76$,
 $F_{0.05}(2, 6) = 5.14$, $F_{0.05}(6, 3) = 8.94$, $F_{0.05}(6, 2) = 19.33$, $t_{0.025}(9) = 2.262$,
 $t_{0.05}(9) = 1.833$, $t_{0.025}(10) = 2.228$, $t_{0.05}(10) = 1.812$, $\chi^2_{0.05}(9) = 16.92$, $\chi^2_{0.05}(10) = 18.31$,
 $\chi^2_{0.025}(9) = 19.02$, $\chi^2_{0.025}(10) = 20.48$ 。(z 值為右尾的機率值)

一、假設有一個隨機變數 X 的累積分配函數 $F(x)$ 給定如下：

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 5 \\ 1/4 & 5 \leq x < 10 \\ 3/4 & 10 \leq x < 15 \\ 1 & x \geq 15 \end{cases}$$

(一)請計算出 X 之密度函數 $f(x)$ 。(5 分)

(二)請計算出 X 之期望值 $E(X)$ 。(5 分)

二、假設 $M_X(t)$ 表示隨機變數 X 之動差母函數 (moment generating function)，而且

$M_X(t) = e^{650t + 312.5t^2}$ 。請計算出：

(一) $\Pr(625 < X < 675)$ 之值？(5 分)

(二)如果 $\Pr(|X - 650| < k) = 0.9544$ ，請計算出 k 之值？(5 分)

三、假設有一個隨機變數 X 是服從卜瓦松分配 (Poisson distribution)，而且其期望值 $\mu = 10$ ，請回答下列之問題：

(一)請計算出 $\Pr(5 < X < 15)$ 之下界值？(5 分)

(二)請計算出 $\Pr(9 < \bar{X}_{25} < 11)$ 之下界值？(5 分)

(三)請計算出 $\Pr(1/2 < X/\mu < 3/2)$ 之下界值？(5 分)

四、假設有一個 X 與 Y 之聯合機率密度函數 $f(x,y) = 6x$, $0 < x < y < 1$, $f(x,y) = 0$, 其他。請回答下列之問題：

(一)請計算出 X 之密度函數 f_X ？(5 分)

(二)請計算出 X 與 Y 之共變異數 (co-variance) $\text{COV}(X,Y)$ ？(5 分)

(三)請計算出 $E(Y|x)$ ？(5 分)

五、假設有一組 n 個隨機樣本 X_1, X_2, \dots, X_n 彼此互相獨立，而且具有相同的指數分配

$f(x;\theta) = \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}}$, $0 < x, \theta < \infty$ 。請回答下列之問題：

(一)請計算出 θ 之最大概似估計式 (MLE, Maximum Likelihood Estimator)？(5 分)

(二)請計算出 \bar{X}_n 之 Rao-Cramer 下界值？(10 分)

(請接背面)

99 年公務人員高等考試三級考試試題 代號：31980、32480 全一張
32880、37280 (背面)

類 科：統計、經建行政、農業行政、交通技術
科 目：統計學

六、假設有一組隨機樣本 X_1, X_2, \dots, X_n 彼此互相獨立，而且具有相同的分配。如下所示

$f(x; p) = p(1-p)^x, x = 0, 1, 2, \dots; f(x; p) = 0$, 其他。請回答下列之問題：

(一)請計算出 p 之最大概似估計式 (MLE) ? (10 分)

(二)請計算出 $(1-p)/p$ 之最大概似估計式 (MLE) ? (10 分)

七、假設有某農業試驗所想要了解四塊土壤品質不同的農地 (農地編號 A、B、C、D)，並利用三種品牌之肥料 (品牌編號甲、乙、丙) 來生產稻米。試驗之稻米產量資料如表所示： (以顯著水準=0.05 來檢定)

農地 \ 肥料	肥料		
	甲	乙	丙
A	51	42	57
B	56	59	65
C	61	69	71
D	63	55	53

(一)請建立上述資料之變異數分析表 (ANOVA) ? (10 分)

(二)請檢定土壤品質是否對稻米的產量有影響? (5 分)