

類 科：核子工程

科 目：微積分與微分方程

考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

一、 $y' = \frac{dy}{dx} = \frac{x+y}{x-y}$ = homogeneous of degree zero。

求 general solution。 (20 分)

二、 $u = u(x, y) = x^3 - 3xy^2$ ， $v = v(x, y) = 3x^2y - y^3$
 $(x, y) = (2, 1)$ ， $(u, v) = (2, 11)$ ， $x = x(u, v)$ ， $y = y(u, v)$
is the inverse function at the point $(u, v) = (2, 11)$

求 $\frac{\partial y}{\partial u}(u=2, v=11) = ?$ (20 分)

三、In polar coordinate $r = \frac{3}{2 + \cos \theta}$ is an ellipse。

求 $A = \int_0^{2\pi} \frac{1}{2} \left(\frac{3}{2 + \cos \theta} \right)^2 d\theta = ?$ (20 分)

四、 $\lim_{x \rightarrow 0} e^{-\frac{1}{x^2}} = 0$ ，求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-1/x^2}}{x^2} = ?$ (20 分)

五、 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n} = \frac{1}{2} + \frac{2}{4} + \frac{3}{8} + \dots = ?$ (20 分)