

類 科：統計

科 目：抽樣方法

考試時間：2小時

座號：\_\_\_\_\_

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

一、某母體含有  $N$  個抽樣單位 (sampling unit)，其觀測值經排序為  $Y_1 \leq Y_2 \leq \dots \leq Y_N$ ， $Y_1$  為已知且相對非常小。使用簡單隨機抽樣法 (抽出不放回)，抽出  $n$  個抽樣單位，得到樣本平均數  $\bar{y}$ ，現使用調整樣本平均值  $\bar{y}_1$  來估計母體平均數，定義

$$\bar{y}_1 = \begin{cases} \bar{y} + a, & \text{樣本中包含 } Y_1 \\ \bar{y}, & \text{樣本中不包含 } Y_1 \end{cases}, \text{ 此處 } a \text{ 為大於 } 0 \text{ 的固定常數。}$$

(一)計算樣本中不包含  $Y_1$  的機率。(5分)(二)試求  $\bar{y}_1$  的期望值。(5分)(三)試求  $\bar{y}_1$  的變異數。(10分)(四)試評估  $\bar{y}_1$  與  $\bar{y}$  何者較佳。(5分)

二、某一母體由 16 個抽樣單位組成，抽樣單位的觀測值如下：

2 3 4 5 9 10 11 12 16 17 19 20 25 30 30 35

(一)使用分層隨機抽樣法 (stratified random sampling)，估計母體平均值。將上述母體 16 個抽樣單位分為四層，使得母體平均值的估計式具有最小變異數 (minimum variance)。(12分)

(二)使用系統抽樣法 (systematic sampling) 從 1 至 4 的數字中隨機選出一數字，抽出四個抽樣單位，以估計母體平均值。將上述母體 16 個抽樣單位重新安排次序，使得母體平均值的估計式具有最小變異數。(13分)

三、某經銷商於全國 20 個據點中，共有 1200 家店，每個據點的店家數皆超過 10 家。該經銷商管理部門欲估計本季有多少比率的店家，其銷售額未達規定。管理部門今從 20 個據點中，以簡單隨機抽樣法 (抽出不放回) 抽出 5 個據點，再於各據點以簡單隨機抽樣法 (抽出不放回)，抽出該據點內五分之一的店家數，記錄未達規定銷售額的店家數。資料整理如下：

據點編號	店家數	抽出店家數	未達規定銷售額的店家數
1	40	8	2
2	20	4	1
3	80	16	4
4	50	10	2
5	50	10	1

(一)試求未達規定銷售額的店家比率之不偏估計值。(10分)

(二)試求在(一)小題中不偏估計式的估計變異數。(15分)

(請接背面)

類 科：統計  
科 目：抽樣方法

四、某母體含有 5 個抽樣單位，由於各抽樣單位彼此間差異性大，因此採用不相等機率抽樣 (unequal probability sampling)。被抽到的抽樣單位所對應的機率與觀測值如下：

抽樣單位編號	1	2	3	4	5
被抽到的機率	0.2	0.1	0.2	0.1	0.4
觀測值	3	2	5	3	9

使用抽出不放回 (without replacement) 的方式，抽出 2 個抽樣單位，因此樣本數  $n=2$ 。

- (一)試求樣本中，包含編號 1 與 5 的機率。(5 分)  
(二)若抽到的樣本含編號 1 與 5，試求母體總數的不偏估計值。(10 分)  
(三)試求小題(二)中的不偏估計式之估計變異數。(10 分)