

類 科：統計

科 目：統計學

考試時間：2小時

座號：\_\_\_\_\_

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

一、假設一盒中有紅球  $r$  個， $N - r$  個黑球。今隨機自盒中不重複抽取  $n$  球，並記錄取出紅球的個數為  $Y$ 。

(一)試求  $Y$  之期望值與變異數。(10分)(二)若  $N=10$ ,  $r=3$ ,  $n=4$ ，求機率至少為  $5/9$  時， $Y$  之範圍。(10分)

二、一個二元訊息  $X=2$  或  $-2$ ，自  $A$  傳輸至  $B$ 。傳輸過程會受雜訊  $N$  干擾，於  $B$  接收之數據為  $R=X+N$ ，其中  $N$  為服從標準常態分布之雜訊。若  $R>0.5$ ，則判定原輸入數據為  $2$ ；反之，則判定原數據為  $-2$ 。試求  $A$  輸入之原數據為  $2$  時， $B$  接收數據判定錯誤之機率。(5分)

三、令  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$  為具獨立同分布、期望值  $1/\lambda$  的指數 (exponential) 隨機變數，試求  $\lambda$  的最大概似估計 (Maximum Likelihood Estimate)，並驗證其是否具不偏性 (unbiasedness) 與一致性 (consistency)。(15分)

四、若  $Y_1, Y_2$  具獨立同分布在  $(\theta, \theta+1)$  之均勻分布 (uniform distribution)，檢定  $H_0: \theta=0$  vs.  $H_a: \theta=0.5$ ，考慮拒絕域  $Y_1 + Y_2 > c$ 。

(一)試求  $c$  值，使其型一誤差 (Type I error probability) 為  $0.02$ 。(10分)

(二)試求(一)之檢定的檢定力 (power)。(10分)

五、在工廠環境安全調查中發現，工廠  $A$  在過去 6 週中發生意外事故的次數分別為 16, 9, 17, 19, 24, 8，而工廠  $B$  在過去 4 週中發生意外之次數則分別為 26, 30, 25, 28。假設工廠每週意外事故之次數服從獨立同分布的卜瓦松分布，在顯著水準  $5\%$  下，試求檢定兩工廠之安全環境是否相同時之  $p$ -value (不需化簡)。(10分)

六、下表為二元資料配適迴歸模型所得的部分輸出報表：

來源 (Source)	自由度 (df)	平方和 (Sum of squares)
模型 (Model)	1	307.247
誤差 (Error)	8	63.653
總和 (C. Total)	9	370.900

(一)試求判定係數 (coefficient of determination)  $R^2$  值。(5分)

(二)在那些條件下，可以檢定迴歸模型的顯著性？(5分)

(三)假設(二)之條件成立，檢定迴歸模型是否顯著。(  $\alpha=5\%$ ，臨界值 (critical value) = 5.32 ) (5分)

七、下表為一完全隨機設計 (complete randomized design) 實驗的觀測數據：

處理項 (Treatment)	觀測值 (Observations)			
1	2	1	3	
2	1	5		
3	9	5	6	4
4	3	4	5	

試寫出 ANOVA 表 (Analysis of Variance Table)，並做出  $F$  檢定的結論。

(  $\alpha=5\%$ ，臨界值 (critical value) = 4.07 ) (15分)