

類 科：氣象

科 目：應用數學（包括微積分、微分方程與向量分析）

考試時間：2小時

座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

- 一、設函數 $f(x) = 2x^3 + 3x^2 + 1$ 。求 $f(x)$ 之極值 (extrema) 與反曲點 (inflection point)，並畫其圖形。(10分)
- 二、求從 $x=0$ 到 $x=3$ ，介於兩拋物線 $y=x^2$ 與 $y=(x-2)^2$ 之間所圍有限區域的面積。(15分)
- 三、以 Lagrange multipliers，求函數 $4-2x^2-y^2-z^2$ 限制在條件 $x+y+z=1$ 的極值。(15分)
- 四、設極坐標曲線方程式 $r=1+\cos\theta$ 。求曲線在點 $(r, \theta) = (1+\sqrt{3}/2, \pi/6)$ 的切線方程式。(15分)
- 五、設 $y=y(t)$ 。求解微分方程式 $y''-4y'+4y=\sin t$ ，滿足初始條件 $y(0)=y'(0)=0$ 。(15分)
- 六、設 $y=y(x)$ 。求 $y''+y=0$ 在 $x_0=0$ 的級數解 (series solution)。(15分)
- 七、求線積分 (line integral) $\int_C (x^2+2y)dx+(x+3y^2)dy$ ，並驗證 Green's theorem，此處 C 為單位圓 $x^2+y^2=1$ 。(15分)