

類 科：氣象

科 目：微積分

考試時間：1 小時 30 分

座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

一、求下列積分

(一) $\int x(\ln x)^2 dx$ (15 分)

(二) $\int_0^1 \int_{-\sqrt{x-x^2}}^{\sqrt{x-x^2}} (x^2 + y^2) dy dx$ (15 分)

二、令 $f: \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}$, $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$, $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3) \in \mathbf{R}^3$ 。假設函數 f 之二次偏導函數為連續函數。令 $\varphi(t) = f(\vec{a} + t(\vec{b} - \vec{a}))$, 求 $\varphi'(1)$ and $\varphi''(1)$ 。(20 分)三、令 $f(x, y) = 3x^2 + xy - y^2 + 5x - 5y + 4$ 。求函數 $f(x, y)$ 之臨界點 (critical points) 及其極值。(20 分)四、令 $C: x^2 + (y-b)^2 = r^2$ 。求下列線積分

$$\oint_C (x^2 - 2xy + 3y^2) dx + (5x + 1) dy$$
 (15 分)

五、令 $f: \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}$ and $\vec{V}: \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$ 。證明

$$\nabla \times (f\vec{V}) = \nabla f \times \vec{V} + f(\nabla \times \vec{V})$$
 (15 分)