

類 科：氣象

科 目：微積分

考試時間：1 小時 30 分

座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

一、求下列積分：

(一) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sec^3 \frac{x}{2} dx$ 。(15 分)

(二) $\iint_R \sin(9x^2 + 4y^2) dA$ ， R 是被橢圓 $9x^2 + 4y^2 = 1$ 包圍的區域。(15 分)

二、求將曲線 $x = (2/3)t^{3/2}$ ， $y = 2\sqrt{t}$ ， $0 \leq t \leq 2\sqrt{3}$ 繞 y 軸旋轉所得旋轉面的面積。(15 分)三、證明 $f(x) = \int_1^{x^3} \sqrt{1+t^4} dt$ 是一對一，並且求 $(f^{-1})'(0)$ 。(15 分)四、利用二項級數求 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{4+x^2}}$ 的馬克勞林級數、其收斂半徑、及 $f^{(10)}(0)$ 。(20 分)五、設 $f(x) = \begin{cases} \frac{4xy}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ ，回答下列問題：(20 分)(一) f 在 $(0, 0)$ 是否可微？(二) 令單位向量 $\vec{u} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\vec{i} + \vec{j})$ ， $D_{\vec{u}}f(0, 0)$ 是否存在？