

類 科：地震測報

科 目：地球物理數學概要

考試時間：1 小時 30 分

座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

一、有一半徑為 6 公尺的金屬球體，遇熱膨脹後的體積為原來體積的 1.01 倍，請問膨脹後的半徑為多少公尺？（小數點取 2 位，第 3 位四捨五入）（10 分）

$$\text{二、 } f(x) = \begin{cases} x^2 + 4 & \text{if } x \leq 2 \\ x + 2 & \text{if } x > 2 \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} x^2 & \text{if } x \leq 2 \\ 8 & \text{if } x > 2 \end{cases}$$

請求 $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)g(x) = ?$ （10 分）

三、假設要製作一個底面半徑為 R，高度為 H 的金屬罐，若體積一定時，請問當 H 與 R 的比例為何，所使用的金屬材料最少？（10 分）

四、求 $y'' - 4y' + 4y = 0$ 的解，且滿足 $x=0$ 時， $y=3$ 及 $y'=4$ 。（10 分）

五、若 Φ 為地球的重力位場（gravitational potential），

(一)證明 $\nabla \times (\nabla \Phi) = 0$ 。（10 分）

(二)說明 $\nabla \times (\nabla \Phi) = 0$ 在研究地球重力學的含義。（10 分）

六、若矩陣（matrix） $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ ，試求 A^{-1} （inverse matrix）=?（20 分）

七、曲線 C： $x^2 + y^2 = 9$ ，圓心為(0,0)，試求 $\oint_C (y + \sqrt{4+x^2}) dx + (3x + e^{\sin^{-1} y}) dy$ 。（10 分）

八、求 $\int \sin^4 x dx = ?$ （10 分）