

類 科：地震測報

科 目：地球物理數學概要

考試時間：1小時30分

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

一、求 $h(t) = \cos(at)$, $t > 0$ 的拉普拉斯轉換 (Laplace transform)。(15分)二、下式為速度 v 的波動，於空間 x 、時間 t 中的一維波動方程式

$$\frac{\partial^2 \Phi(x, t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \Phi(x, t)}{\partial t^2}$$

求此波動函數 $\Phi(x, t)$ 。(15分)

三、請用複變函數方法解出下式的積分。(15分)

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{(x-1)(x+1)^2} dx$$

四、設 $h(t) = A \sin(2\pi f_0 t)$ ，求其富利葉轉換 (Fourier transform) 的實部和虛部。(15分)

$$\text{五、設矩陣 } A = \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ 6 & 7 \end{bmatrix},$$

(一)求其特徵值 (eigenvalues) 和特徵向量 (eigenvectors)。(10分)

(二)求矩陣指數 (Matrix exponent), e^{At} 。(10分)

類 科：地震測報
科 目：地球物理數學概要

六、設下式拉普拉斯方程式於 $z > 0$ 中成立（例如：重磁測勘），

$$\nabla^2 \psi(x, y, z) = 0$$

若邊界條件如下：

$$\text{Lim}_{|x| \rightarrow \infty} \psi(x, y, z) = 0, \text{Lim}_{|x| \rightarrow \infty} \frac{\partial \psi(x, y, z)}{\partial x} = 0$$

$$\text{Lim}_{|y| \rightarrow \infty} \psi(x, y, z) = 0, \text{Lim}_{|y| \rightarrow \infty} \frac{\partial \psi(x, y, z)}{\partial y} = 0$$

$$\text{Lim}_{z \rightarrow \infty} \psi(x, y, z) = 0, \psi(x, y, 0) = f(x, y)$$

設 $f(x, y)$ 為已知函數（如下圖），請由積分轉換方法（Integral transform method），解出位勢函數 $\psi(x, y, z)$ 。（20分）

