

等 別：薦任

類 科：統計、經建行政、工業行政

科 目：統計學

考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

一、若 (X, Y) 之聯合機率密度函數 (joint probability density function, 簡記為 pdf) 如下：

$$f(x, y) = \begin{cases} k(x+y), & 0 \leq x \leq y \leq 1, \\ 0, & \text{其它 } x, y. \end{cases}$$

(一)試計算 k 值使得 $f(x, y)$ 為一良好定義之 pdf。(10 分)(二)試分別計算 X 與 Y 之邊際 pdf。(10 分)(三)給定 $X=1/2$ ，試計算 $Y|_{X=1/2}$ 之條件 pdf。(10 分)二、設 $\{X_i\}_1^{32} \sim \text{Ber}(p=1/2)$ 為一組來自伯努利 (Bernoulli) 分配之隨機樣本，試計算以下各近似值：(一) $P(\sum_{i=1}^{32} x_i \geq 14)$ 。(10 分)(二) $\sum_{i=1}^{32} x_i$ 之第 90% 百分位數 (percentile)。(10 分)三、設 $\{X_i\}_1^{10}$ 為一組來自幾何 $\text{Geo}(p)$ 分配之隨機樣本，其中參數 p 未知，其機率質點函

$$P_X(x) = \begin{cases} p(1-p)^{x-1}, & x=1, 2, \dots \\ 0, & \text{其它 } x \end{cases}$$

(一) 1. 試寫出 p 之參數空間。2. 試求 p 之動差估計元 (method of moment estimate)。(10 分)(二)試求 p 之最大概似估計元 (maxima likelihood estimate)。(10 分)四、欲探討廣告支出與銷售量的關係，隨機抽查 7 個商家的廣告支出 X (萬元) 與銷售量 Y (件) 商品的成對資料如下表：

X_i	1	2	3	4	5	6	7
Y_i	3	5	8	10	10	12	15

設此資料來自一簡單線性迴歸模型： $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$ ， $1 \leq i \leq 7$ 。

(一)試以最小平方法 (LSE) 求此資料之樣本迴歸線。(10 分)

(二)欲對 β_1 作推論時：1. 需對誤差項 ε_i 作何種分配假設？2. 並以 $\alpha = 0.05$ 作 β_1 是否顯著之檢定，若以報表計算而得之小 $p = 0.005$ ，則 β_1 是否顯著？3. 試說明 β_1 之含意。(10 分)(三)計算此模型之 1. 判定係數 R^2 。2. 及 X 與 Y 之樣本相關係數 r 。3. 並分別解釋其含意。(10 分)