

102年公務人員特種考試外交領事人員及外交行政人員
考試、102年公務人員特種考試法務部調查局調查人員
考試、102年公務人員特種考試國家安全局國家安全情
報人員考試、102年公務人員特種考試民航人員考試、
102年公務人員特種考試經濟部專利商標審查人員考試試題

代號：50960 全一頁

考試別：國家安全情報人員

等別：三等考試

類科組：數理組

科目：線性代數

考試時間：2小時

座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

一、令 A, B, C 為可逆方陣，求 $\begin{bmatrix} A & 0 \\ B & C \end{bmatrix}$ 的反矩陣。(20分)

二、令線性轉換 $L: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ 定義為 $L\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ ， \mathbb{R} 為實數集合，請問 $\begin{bmatrix} 3 \\ 5 \\ 2 \end{bmatrix}$ 是否在 L 值域內？(20分)

三、令線性轉換 $L: P_2 \rightarrow P_2$ 定義為 $L(at^2+bt+c) = (a+2b)t + (b+c)$ ， P_2 為所有階 (degree) 小於或等於 2 的實係數多項式集合。請問：(每小題 10 分，共 30 分)

(一) $-4t^2+2t-2$ 是否在 $\ker(L)$ 內 (對一線性轉換 $L: V \rightarrow W$ ， $\ker(L) = \{v \in V | L(v) = 0_W\}$)？

(二) t^2+2t+1 是否在 $\text{range}(L)$ 內？

(三) 找出 $\ker(L)$ 及 $\text{range}(L)$ 基底。

四、設 $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 0 & -2 & 0 \\ -2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ ，求一直交矩陣 (orthogonal matrix) P ，使得 $P^{-1}AP = D$ 為一對角矩陣 (diagonal matrix)。(30分)