

等 別：三等考試
類 科：測量製圖
科 目：測量平差法
考試時間：2小時

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

- 一、在圖 1 中，A、B 為已知水準點，高程為 H_A 、 H_B ，設為無誤差；P1 及 P2 為兩個待測點，箭頭指示水準路線行進方向；各水準路線觀測高程差 $h_1 \sim h_4$ 的標準差分別為： $\sigma_1 = \pm 0.006 \text{ m}$ 、 $\sigma_2 = \pm 0.003 \text{ m}$ 、 $\sigma_3 = \pm 0.002 \text{ m}$ 及 $\sigma_4 = \pm 0.008 \text{ m}$ 。經過間接觀測平差後，假設已求得單位權標準差 $\sigma_0 = \pm 0.658 \text{ m}$ 。求對應 $h_1 \sim h_4$ 的權矩陣、P1 及 P2 兩點高程的標準差。(25 分)

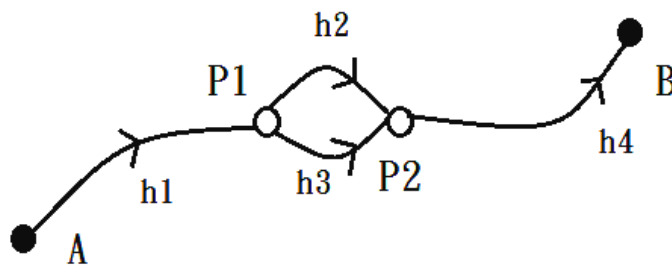


圖 1、水準測量路線示意圖

- 二、圖 2 所示，為一塊長方形土地面積；圖中所有內角皆為 90 度；有關邊長數據如下：
 $\overline{FH} = x_1 = 200.00 \text{ m}$ ， $\overline{BC} = x_2 = 60.00 \text{ m}$ ， $\overline{HE} = y_1 = 40.00 \text{ m}$ ， $\overline{CE} = y_2 = 80.00 \text{ m}$

$$X = (x_1 \ x_2)^T, \sum_{XX} = \begin{bmatrix} 0.40 & 0.20 \\ 0.20 & 0.40 \end{bmatrix} (\text{m}^2)$$

$$Y = (y_1 \ y_2)^T, \sum_{YY} = \begin{bmatrix} 0.22 & 0.11 \\ 0.11 & 0.22 \end{bmatrix} (\text{m}^2), \sum_{XY} = 0$$

求長方形土地 ABGF 的面積 Z 及其標準差 σ_z 。(25 分)

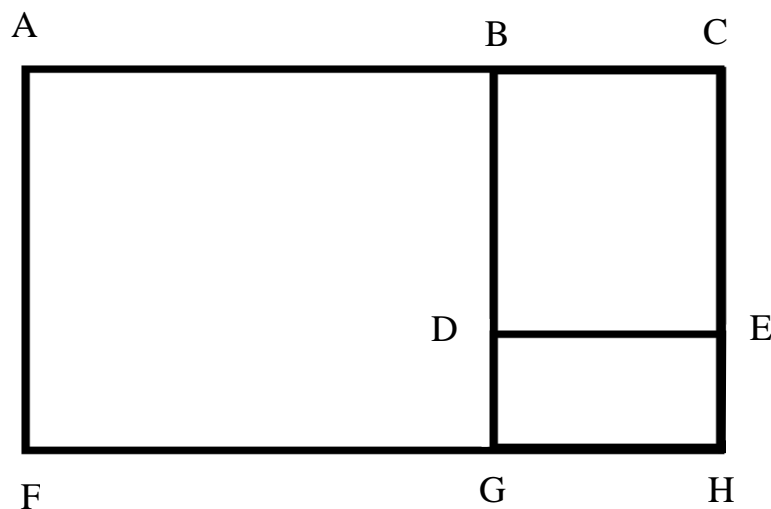


圖 2、長方形土地示意圖

(請接背面)

等 別：三等考試
類 科：測量製圖
科 目：測量平差法

三、以靜態 GPS 測量，由 A 點測得 B 點之基線三個分量 $(\Delta X, \Delta Y, \Delta Z)$ 為 $(532.883 \text{ m}, -30.265 \text{ m}, -18.656 \text{ m})$ ，其變方—協變方矩陣為 Σ_{AB} (如下所示)。已知 A 點的大地經緯度為 $(\varphi, \lambda) = (24^\circ 50' 30'' \text{N}, 120^\circ 35' 20'' \text{E})$ ，假設無誤差；而且，以 A 點為原點，觀測 B 點的站心地平坐標 $(\Delta n, \Delta e, \Delta u)^T$ 與 $(s, El, Az)^T$ 、 $(\Delta X, \Delta Y, \Delta Z)^T$ 的關係，可由下列兩個矩陣式表示之；式中， s 、 Az 及 El ，分別代表 AB 兩點之間的距離、A 對 B 之方位角及高程角。令 $U = (\Delta n, \Delta e, \Delta u)^T$ ，求 U 向量、變方—協變方矩陣 Σ_{UU} 、距離 s 及其標準差 σ_s 。(25 分)

$$\Sigma_{AB} = \begin{bmatrix} 5.2\text{E}-3 & 6.8\text{E}-6 & 6.7\text{E}-6 \\ 6.8\text{E}-6 & 5.2\text{E}-3 & 6.6\text{E}-6 \\ 6.7\text{E}-6 & 6.6\text{E}-6 & 5.2\text{E}-3 \end{bmatrix} (\text{m}^2); \quad \begin{bmatrix} \Delta n \\ \Delta e \\ \Delta u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s \cos(El) \cos(Az) \\ s \cos(El) \sin(Az) \\ s \sin(El) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta n \\ \Delta e \\ \Delta u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \varphi \cos \lambda & -\sin \varphi \sin \lambda & \cos \varphi \\ -\sin \lambda & \cos \lambda & 0 \\ \cos \varphi \cos \lambda & \cos \varphi \sin \lambda & \sin \varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix}$$

四、若以 $x^2 + y^2 + 2dx + 2ey + f = 0$ 代表圓的方程式，圓心為 $(-d, -e)$ ，半徑為 $\sqrt{d^2 + e^2 - f}$ 。如果欲利用下列 6 點的 (x, y) 資料 (單位為 m)，擬合一個圓的方程式；以間接觀測平差法，求該圓的圓心、半徑及其對應之標準差。(25 分)

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}_{i(=1, \dots, 6)} = \begin{bmatrix} 6.82 & 13.12 & 24.01 & 32.44 & 38.26 & 41.39 \\ 7.31 & 15.07 & 31.83 & 49.95 & 69.04 & 88.83 \end{bmatrix} (\text{m})$$