代號：70960
頁次：4－1

# 103年公務人員特種考試警察人員考試
# 103年公務人員特種考試一般警察人員考試
# 103年特種考試交通事業鐵路人員考試試題

等　　別：高員三級鐵路人員考試
類　　科：電子工程
科　　目：工程數學
考試時間：２小時　　　　　　　　　　　　　　　　　座號：＿＿＿＿＿＿＿

※注意：禁止使用電子計算器。

**甲、申論題部分：（50 分）**

㈠不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在申論試卷上，於本試題上作答者，不予計分。
㈡請以藍、黑色鋼筆或原子筆在申論試卷上作答。

一、下列集合是否為 $R^2$ 之子空間（subspace），請說明之。

㈠ $A=\{(x_1,x_2)\,|\,x_1+x_2=0\}$（4 分）
㈡ $B=\{(x_1,x_2)\,|\,x_1x_2=0\}$（3 分）
㈢ $C=\{(x_1,x_2)\,|\,x_1+x_2=1\}$（3 分）

二、令 $\mathbf{F} = f_1\mathbf{i} + f_2\mathbf{j} + f_3\mathbf{k}$ 和 $\mathbf{G} = g_1\mathbf{i} + g_2\mathbf{j} + g_3\mathbf{k}$ 為兩向量場，
驗證 $\nabla\cdot(\mathbf{F}\times\mathbf{G})=\mathbf{G}\cdot(\nabla\times\mathbf{F})-\mathbf{F}\cdot(\nabla\times\mathbf{G})$。（15 分）

三、令複變函數 $f(z)=\dfrac{3}{1-iz+2z^2}$，試求：

㈠ $f(z)$ 對 $2i$ 展開的泰勒級數（Taylor series）。（10 分）
㈡泰勒級數的收斂半徑。（5 分）

四、求解 $y(t)=1+\int_0^t y(t-\alpha)\sin(2\alpha)d\alpha$。（10 分）

**乙、測驗題部分：（50 分）**　　　　　　　　　　　　　　　　**代號：6709**

㈠本試題為單一選擇題，請選出一個正確或最適當的答案，複選作答者，該題不予計分。
㈡共 20 題，每題 2.5 分，須用 2B 鉛筆在試卡上依題號清楚劃記，於本試題或申論試卷上作答者，不予計分。

1　令 $f$ 和 $g$ 皆為可微分（differentiable）純量函數，則有關它們的梯度（gradient）與拉普拉斯算子（Laplace operator）的等式，下列何者錯誤？

(A) $\nabla(fg)=f\nabla g+g\nabla f$

(B) $\nabla(f/g)=(1/g^2)(f\nabla g-g\nabla f)$

(C) $\nabla(f^n)=nf^{n-1}\nabla f$

(D) $\nabla^2(fg)=g\nabla^2 f+2\nabla f\bullet\nabla g+f\nabla^2 g$

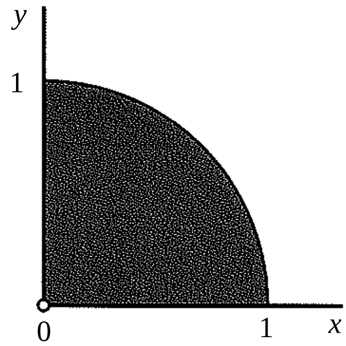
2 若 $f(x,y)=1$ 為定義於下圖所示區域之質量密度，下列有關其質量 $M$、重心（center of gravity，$\bar{x}$, $\bar{y}$）、及慣性矩（moment of inertia，$I_x, I_y$）何者錯誤？

(A) $M=\dfrac{\pi}{4}$

(B) $\bar{x}=\dfrac{4}{3\pi}$

(C) $I_x=\dfrac{\pi}{8}$

(D) $I_y=\dfrac{\pi}{16}$




3 圓錐曲面 $\phi(x,y,z)=z-\sqrt{x^2+y^2}=0$，$x, y$ 不全為 0，則下列有關梯度（gradient）敘述何者正確？

(A)梯度向量＝ $-\dfrac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}\mathbf{i}-\dfrac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}\mathbf{j}+\mathbf{k}$

(B)梯度向量= $\dfrac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}\mathbf{i}+\dfrac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}\mathbf{j}+\mathbf{k}$

(C)梯度向量= $\mathbf{i}+\dfrac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}\mathbf{j}+\dfrac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}\mathbf{k}$

(D)梯度向量= $-\mathbf{i}-\dfrac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}\mathbf{j}+\dfrac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}\mathbf{k}$

4 若函數 $f(x,y,z)=2xy+xe^z$，試求在點（1, 1, 1）之梯度（gradient）：

(A) $(2+2e)\mathbf{i}+2\mathbf{j}+e\mathbf{k}$

(B) $(2+2e)\mathbf{i}+(2+e)\mathbf{j}+(1+e)\mathbf{k}$

(C) $(2+e)\mathbf{i}+2\mathbf{j}+e\mathbf{k}$

(D) $(2+2e)\mathbf{i}+2\mathbf{j}+(1+e)\mathbf{k}$

5 $A\in R^{2\times 2}$，$c>0$，則 $\det(cA)$ 與 $\det(A)$ 的關係為何？其中 $\det(A)$ 表示矩陣 $A$ 之行列式值（determinant）。

(A) $\det(cA)=c\bullet\det(A)$

(B) $\det(cA)=-c\bullet\det(A)$

(C) $\det(cA)=c^2\bullet\det(A)$

(D) $\det(cA)=-c^2\bullet\det(A)$

6 已知 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}2&1&0\\1&3&2\\1&4&1\end{bmatrix}$，試求其輔因子矩陣（matrix of cofactor）？

(A) $\begin{bmatrix}-5&1&1\\-1&2&-7\\2&-4&5\end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix}-5&-1&1\\1&2&-7\\2&4&-5\end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix}-5&-1&2\\1&-2&-4\\1&7&5\end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix}-5&-1&2\\-1&2&4\\1&-7&5\end{bmatrix}$

7　令矩陣 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 5 & 5 & 1 \\ -2 & -3 & 0 & 3 \\ 1 & 4 & 6 & 4 \end{bmatrix}$，試問 A 的秩（rank）為何？

(A) 1　(B) 2　(C) 3　(D) 4

8　一矩陣 $M$ 為 $n\times n$ 可逆實數矩陣，下列何者敘述錯誤？

(A)若 $M$ 為對稱矩陣，則其特徵值（eigenvalue）必為實數

(B)若 $M$ 為對稱矩陣，則其必然是正交可對角化（orthogonally diagonalizable）

(C)若 $M$ 為正交可對角化的（orthogonally diagonalizable）且其特徵值（eigenvalue）為實數，則 $M$ 必然為對稱矩陣

(D) $M$ 之特徵向量（eigenvector）與 $M^{-1}$ 之特徵向量不同

9　若 $z_1=1-i,\quad z_2=-2+4i,\quad z_3=\sqrt{3}-2i$，求 $\frac{z_1 z_2}{z_3}$ 之虛部值為？

(A) $(6\sqrt{3}+4)/7$　(B) $6\sqrt{3}/7$　(C) $4/7$　(D) $6\sqrt{3}+4$

10　下列複數數列何者為收斂？（註：$i=\sqrt{-1}$）

(A) $\left\{i^n\right\}$　(B) $\left\{(1+i)^n\right\}$　(C) $\left\{e^{n\pi i/4}\right\}$　(D) $\left\{(1-\frac{1}{n})+i(1+\frac{1}{n})\right\}$

11　請問 $z=\pi$ 是複變函數 $f(z)=\frac{z}{\sin^4(z)}$ 的幾階極點（pole）？

(A) 1　(B) 2　(C) 3　(D) 4

12　設 $a(t)$ 為 $y'(t)+2y(t)=1$ 之解，則 $\lim_{t\to\infty} a(t)$ 等於何值？

(A) 0　(B) 0.5　(C) 1　(D) $\infty$

13　
$$\begin{aligned} f(x) &= x+\pi \\ &= a_0+\sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cos nx+b_n\sin nx) \end{aligned}$$

$-\pi<x<\pi$，則 $a_1+b_1=$ ？

(A) 0　(B) 1　(C) 2　(D) $\pi$

14 函數 $f(t)=\left[e^{-3t}\sin 5t\right]u(t)$ 之拉氏轉換（Laplace transform）為何？其中 $u(t)$ 為單位步階（unit step）函數。

(A) $\dfrac{5}{s^2+6s+25}$ (B) $\dfrac{5}{s^2+6s+34}$ (C) $\dfrac{25}{s^2+6s+25}$ (D) $\dfrac{25}{s^2+6s+34}$

15 拉普拉斯轉換 $L\left[f(t)\right]=\dfrac{3s+2}{s^2+4s+5}$ ，求 $f(0)=$？

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

16 下列何者為 $y'=3x^2-\dfrac{y}{x};\ y(1)=1$ 之解？其中 $y'\equiv\dfrac{dy}{dx}$ 。

(A) $y=\dfrac{3}{5}x^2+\dfrac{2}{5x},\quad x>0$ (B) $y=\dfrac{3}{5}x^3+\dfrac{2}{5},\quad x>0$

(C) $y=\dfrac{3}{4}x^4+\dfrac{1}{4},\quad x>0$ (D) $y=\dfrac{3}{4}x^3+\dfrac{1}{4x},\quad x>0$

17 定義傅立葉轉換（Fourier transform）為 $F(\omega)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}f(x)e^{-i\omega x}dx$ ，其中 $i=\sqrt{-1}$ ，若 $f(x)$ 之傅立葉轉換為 $F(\omega)$。若 $f'(x)$ 的傅立葉轉換存在，試問 $f'(x)\cos(\omega_0 x)$ 的傅立葉轉換為何？

(A) $\dfrac{i\omega}{2}(F(\omega-\omega_0)+F(\omega+\omega_0))$ (B) $\dfrac{i\omega}{2}(F(\omega-\omega_0)-F(\omega+\omega_0))$

(C) $\dfrac{i}{2}((\omega-\omega_0)F(\omega-\omega_0)+(\omega+\omega_0)F(\omega+\omega_0))$ (D) $\dfrac{i}{2}((\omega-\omega_0)F(\omega-\omega_0)-(\omega-\omega_0)F(\omega+\omega_0))$

18 令 $X$ 為二項式分布（binomial distribution）隨求變數，其機率為 $P(X=x)=C_x^n p^n(1-p)^{n-x}$ ，其中 $n=100$ ，$p=0.2$ ，求平均值 $E(50-2X)$ 為何？

(A)5 (B) 10 (C) 20 (D) 50

19 假設第一個袋子內有 4 個白球和 3 個黑球，第二個袋子內有 3 個白球和 5 個黑球。從第 1 個袋子中取出一個球（隨意選取而且不被看到）並直接放入第二個袋子中。請問若從第二個袋子中隨意取出 1 個黑球的機率為何？

(A) 18/63 (B) 20/63 (C) 5/9 (D) 38/63

20 假定 $X$ 為一隨機變數，其機率密度函數（density function）為 $f_X(x)=\begin{cases}Ae^{-4x}, & x\geq 0\\ 0\ , & x<0\end{cases}$ ，求 A 為何？

(A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8

測驗式試題標準答案

考試名稱：103年公務人員特種考試警察人員考試、103年公務人員特種考試一般警察人員考試及103年特種考試交通事業鐵路人員考試

類科名稱：電子工程

科目名稱：工程數學（試題代號：6709）

單選題數：20題　單選每題配分：2.50分

複選題數：　複選每題配分：

標準答案：

| 題號 | 第1題 | 第2題 | 第3題 | 第4題 | 第5題 | 第6題 | 第7題 | 第8題 | 第9題 | 第10題 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 答案 | B | C | A | C | C | A | C | D | A | D |

| 題號 | 第11題 | 第12題 | 第13題 | 第14題 | 第15題 | 第16題 | 第17題 | 第18題 | 第19題 | 第20題 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 答案 | D | B | C | B | D | D | C | B | D | B |

| 題號 | 第21題 | 第22題 | 第23題 | 第24題 | 第25題 | 第26題 | 第27題 | 第28題 | 第29題 | 第30題 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 答案 | | | | | | | | | | |

| 題號 | 第31題 | 第32題 | 第33題 | 第34題 | 第35題 | 第36題 | 第37題 | 第38題 | 第39題 | 第40題 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 答案 | | | | | | | | | | |

| 題號 | 第41題 | 第42題 | 第43題 | 第44題 | 第45題 | 第46題 | 第47題 | 第48題 | 第49題 | 第50題 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 答案 | | | | | | | | | | |

| 題號 | 第51題 | 第52題 | 第53題 | 第54題 | 第55題 | 第56題 | 第57題 | 第58題 | 第59題 | 第60題 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 答案 | | | | | | | | | | |

| 題號 | 第61題 | 第62題 | 第63題 | 第64題 | 第65題 | 第66題 | 第67題 | 第68題 | 第69題 | 第70題 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 答案 | | | | | | | | | | |

| 題號 | 第71題 | 第72題 | 第73題 | 第74題 | 第75題 | 第76題 | 第77題 | 第78題 | 第79題 | 第80題 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 答案 | | | | | | | | | | |

| 題號 | 第81題 | 第82題 | 第83題 | 第84題 | 第85題 | 第86題 | 第87題 | 第88題 | 第89題 | 第90題 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 答案 | | | | | | | | | | |

| 題號 | 第91題 | 第92題 | 第93題 | 第94題 | 第95題 | 第96題 | 第97題 | 第98題 | 第99題 | 第100題 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 答案 | | | | | | | | | | |

備　　註：