

103年公務人員特種考試警察人員考試
103年公務人員特種考試一般警察人員考試
103年特種考試交通事業鐵路人員考試試題

代號：30330 全一張
(正面)

等 別：三等一般警察人員考試

類 科：消防警察人員

科 目：工程數學

考試時間：2小時

座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

一、求解：

$$y'' + 4y = f(t); \quad y(0) = y'(0) = 0, \quad \left(y' \equiv \frac{dy}{dt}, \quad y'' \equiv \frac{d^2y}{dt^2} \right)$$

$$\text{其中 } f(t) = \begin{cases} 0, & \text{for } t < 3 \\ t, & \text{for } t \geq 3 \end{cases} \quad (20 \text{ 分})$$

二、設矩陣 $A = \begin{bmatrix} 5 & -4 & 4 \\ 12 & -11 & 12 \\ 4 & -4 & 5 \end{bmatrix}$ ，

(一)求A的特徵值 (eigenvalues)。(5分)

(二)求A的特徵向量 (eigenvectors)。(5分)

(三)求矩陣P及 Λ ，使得 $A = P\Lambda P^{-1}$ ，其中P及 Λ 均為 3×3 矩陣，且 Λ 必須為對角矩陣 (diagonal matrix)。(10分)

三、利用拉氏轉換 (Laplace transform) 求解下列之 PDF (partial differential equation)

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} = 100 \frac{\partial u^2(x,t)}{\partial t^2} + 100 \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} + 25u(x,t),$$

$$u(x,0) = 0, \text{ if } x \geq 0; \quad u(0,t) = \sin t, \text{ if } t \geq 0; \quad \left. \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} \right|_{t=0} = 0, \text{ if } x \geq 0. \quad (20 \text{ 分})$$

(請接背面)

103年公務人員特種考試警察人員考試
103年公務人員特種考試一般警察人員考試
103年特種考試交通事業鐵路人員考試試題

代號：30330 全一張
(背面)

等 別：三等一般警察人員考試
類 科：消防警察人員
科 目：工程數學

四、函數 $f(t)$ 之傅利葉轉換 (Fourier transform) 定義為 $F(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt$ 。

$$\text{已知若 } f(t) = \frac{\sin 2t}{\pi t}, \text{ 其 } F(j\omega) = \begin{cases} 1, & |\omega| < 2 \\ 0, & |\omega| > 2 \end{cases}。$$

(一) 若 $g(t) = \left(\frac{\sin 2t}{\pi t}\right)^2, -\infty < t < \infty$ 。試求 $G(j\omega)$ 。(10分)

(二) 試求 $\int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\sin 2t}{\pi t}\right)^2 dt$ 之值。(10分)

五、設一曲面 S 滿足： $\phi(x, y, z) = z - \sqrt{x^2 + y^2} = 0$ 。試求：

(一) 此曲面在點 $(1, 1, \sqrt{2})$ 之單位法向量 (unit normal vector) \vec{N} 。(10分)

(二) 此曲面在點 $(1, 1, \sqrt{2})$ 之切平面 (tangent plane)。(10分)