

103年公務人員特種考試警察人員考試  
103年公務人員特種考試一般警察人員考試  
103年特種考試交通事業鐵路人員考試試題

代號：20330 全一張  
(正面)

等 別：二等一般警察人員考試  
類 科：刑事警察人員犯罪分析組  
科 目：數位訊號處理 (DSP)  
考試時間：2 小時

座號：\_\_\_\_\_

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

一、已知離散脈衝函數 (Discrete-time impulse function)  $\delta[n] = \begin{cases} 1, n = 0 \\ 0, n \neq 0 \end{cases}$  的離散時間傅立葉轉換 (Discrete-time Fourier transform; DTFT) 之定義如下：

$$\delta[n] \leftrightarrow 1 \text{ 及 } \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta[n-k] \leftrightarrow 2\pi \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta[\omega - 2\pi k]$$

(一)試求離散序列 (Discrete-time sequence)  $x[n] = 5\delta[n+5] + 2.5\delta[n+2] + 2.5\delta[n-2] + 5\delta[n-5]$  的離散時間傅立葉轉換 (DTFT)  $X(e^{j\omega})$ ? (10 分)

(二)試求函數  $h[n] = 10\cos[0.5\pi n] + 5\cos[0.2\pi n]$  的離散時間傅立葉轉換 (DTFT)  $H(e^{j\omega})$ ，並繪出其振幅響應 (Amplitude response)  $|H(e^{j\omega})|$ ? (10 分)

二、考慮一個由以下兩個差分方程式 (Difference equation) 所表示的系統：

$$y_1[n+2] + 2y_1[n] + 3y_2[n] = u_1[n+2] + 9u_2[n]$$

$$y_2[n+1] + 4y_2[n] - 6y_1[n+1] = 5u_1[n]$$

其中， $u_1[n]$  與  $u_2[n]$  為輸入訊號， $y_1[n]$  與  $y_2[n]$  為輸出訊號。假設我們將輸出訊號定義為狀態 (States)，亦即  $x_1[n] = y_1[n]$ ， $x_2[n] = y_1[n+1] = x_1[n+1]$ ， $x_3[n] = y_2[n]$ 。假設向量  $\mathbf{x}[n+1] = [x_1[n] \ x_2[n] \ x_3[n]]^T$  與  $\mathbf{y}[n] = [y_1[n] \ y_2[n]]^T$  皆為行向量 (Column vector)，此系統可以用向量/矩陣 (Vector/matrix) 方式以下面動態系統方程式來表示：

$$\mathbf{x}[n+1] = \mathbf{A} \mathbf{x}[n] + \mathbf{B} \mathbf{u}[n]$$
$$\mathbf{y}[n] = \mathbf{D} \mathbf{x}[n]$$

請依上述推導出  $\mathbf{A}$ 、 $\mathbf{B}$  與  $\mathbf{D}$  三個矩陣之值為何? (15 分)

三、假設濾波器的 z-轉換 (z-transfer function) 為  $H(z) = \frac{0.1z}{z-0.9}$ ，若輸入訊號  $x[n] = 0.6^n u[n]$ 。

其中， $u[n]$  (Unit step function) 定義如下： $u[n] = \begin{cases} 1, n \geq 0 \\ 0, n < 0 \end{cases}$ 。

(一)求輸出訊號  $y[n]$  的 z-轉換  $Y(z) = X(z)H(z)$ 。其中， $X(z)$  為  $x[n]$  的 z-轉換。(10 分)

(二)利用(一)求得之 z-轉換  $Y(z)$  解出輸出訊號  $y[n]$  及其初始值  $y[0]$ ? (10 分)

(三)請利用所謂的初始值特性 (Initial-value property) 求  $y[0]$ 。(5 分)

(請接背面)

103年公務人員特種考試警察人員考試  
103年公務人員特種考試一般警察人員考試  
103年特種考試交通事業鐵路人員考試試題

代號：20330 全一張  
(背面)

等 別：二等一般警察人員考試  
類 科：刑事警察人員犯罪分析組  
科 目：數位訊號處理 (DSP)

四、假設 $h[n]$ ,  $n=0,1,\dots,N-1$ 為FIR (Finite impulse response) 濾波器之脈衝響應 (Impulse response),  $H(e^{j\omega})=|H(e^{j\omega})|e^{-j\alpha\omega T}$  為其對應之頻率響應 (Frequency response)。

(一)請說明如何設計具有線性相位 (Linear phase) 的 FIR 濾波器? (10 分)

(二)其中之 $\alpha$ 值應如何選擇? (5 分)

五、請利用雙線性轉換 (Bilinear transformation) 趨近法將具三個根 (Three poles) 低通類比濾波器, 來設計其對應的數位濾波器。假設取樣率 $f_s$ 為每秒鐘100取樣點 (sample/sec), 且此三個根分別為 $p_1=10 e^{j2\pi/3}$ ,  $p_2=10 e^{j\pi}$  及  $p_3=10 e^{j4\pi/3}$ 。

(一)試求此低通類比濾波器的轉換函數 (Transfer function)  $H_a(s)$ ? (10 分)

(二)利用雙線性轉換設計的對應趨近數位濾波器的轉換函數 (Transfer function)  $H(z)$  為何? (15 分)