

臺灣警察專科學校專科警員班三十三期（正期學生組）新生入學考試乙組數學科試題

壹、單選題：（一）三十題，題號自第 1 題至第 30 題，每題二分，計六十分。

（二）未作答者不給分，答錯者不倒扣。

（三）請將正確答案以 2 B 鉛筆劃記於答案卡內。

1. 設 a, b 均為實數且滿足 $\sqrt{2a+b-4}+(3a-b-1)^2=0$ ，則 $a+b=$
(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6。
2. $\sqrt{9+2\sqrt{20}}$ 最接近哪一個正整數？
(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6。
3. 將 $y=2x^2+4x+1$ 的圖形向左平移 2 個單位，再往上平移 3 個單位，得到函數 $y=f(x)$ 的圖形，則 $f(-2)=$
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4。
4. 若 a 為實數且 $i=\sqrt{-1}$ ，已知方程式 $x^3+x^2+(i-1)x+a+i=0$ 有實數解，則 $a=$
(A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 3。
5. 化簡 $(3-\sqrt{5})^{\frac{-3}{2}}(3+\sqrt{5})^{\frac{-3}{2}}$ 之值為
(A) $\frac{1}{8}$ (B) $2\sqrt{2}$ (C) 4 (D) 8。
6. 設 $a>0$ ，且 $a+a^{-1}=4$ ，則 $a^2+a^{-2}=$
(A) 8 (B) 14 (C) 16 (D) 18。
7. 已知 n 為正整數且 2^n 為 100 位數，若 $\log 2=0.3010$ ，則 n 可能之值為
(A) 320 (B) 330 (C) 340 (D) 350。
8. 已知 $C_0^1+C_1^2+C_2^3+C_3^4+\cdots+C_{n-1}^n=45$ ，則正整數 n 之值為
(A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10。
9. 袋內有 3 個相同白球、4 個相同黑球、5 個相同紅球(共 12 個球)，每次取一球不放回，依序取 4 次，則恰取 2 次紅球的機率為
(A) $\frac{5}{12}\times\frac{4}{11}$ (B) $\frac{C_2^5 C_2^7}{12\times 11\times 10\times 9}$ (C) $\frac{5}{12}\times\frac{4}{11}\times\frac{7}{10}\times\frac{6}{9}$ (D) $C_2^4\frac{5}{12}\times\frac{4}{11}\times\frac{7}{10}\times\frac{6}{9}$ 。
10. 已知 n 個數據 x_1, x_2, \dots, x_n 的算術平均數為 25、中位數為 24、全距為 23、標準差為 12。若 $y_i=-2x_i+5$ ，其中 $i=1, 2, \dots, n$ 。設 y_1, y_2, \dots, y_n 的算術平均數為 a 、中位數為 b 、全距為 c 、標準差為 d ，請選出正確的選項。
(A) $a=-50$ (B) $b=-48$ (C) $c=-41$ (D) $d=24$ 。
11. 已知有兩個等差數列的第 n 項之比為 $(2n-3):(5n+3)$ ，則此兩數列的前 11 項和之比為
(A) 2:5 (B) 3:11 (C) 11:38 (D) 19:58。
12. 化簡 $\sum_{k=1}^{10}(2k-1)^2$ 之值為
(A) 1330 (B) 2100 (C) 2470 (D) 2485。
13. 已知 $\tan\theta=-\frac{12}{5}$ ，請選出正確的選項。
(A) $\sin\theta=\frac{12}{13}$ (B) $\sin\theta=-\frac{12}{13}$ (C) $\cos\theta=\frac{12}{13}$ (D) $\sin 2\theta=\frac{120}{169}$ 。

14. 設多項式 $f(x) = (2x^2 - 1)^4$ ，則 $f(x)$ 除以 $x - \cos 15^\circ$ 的餘式為
- (A) $\frac{1}{16}$ (B) $\frac{3}{15}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{16}$ (D) $\frac{9}{16}$ 。
15. 在三角形 ABC 中，已知 $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{AC} = 3$ ， $\angle A = 120^\circ$ ，則 \overline{BC} 的長度為
- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7。
16. 在邊長為 1 的正三角形 ABC 中， $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{AB}$ 之值為
- (A) $-\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 。
17. 已知兩非零向量 \vec{a} 與 \vec{b} 垂直，且 $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ 。若兩向量 $r\vec{a} + 6\vec{b}$ 與 $2\vec{a} - \vec{b}$ 亦垂直，則實數 r 之值為
- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 6。
18. 已知 (a, b) 為圓 $C: (x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$ 上的點，則 $\sqrt{(a-4)^2 + (b-5)^2}$ 的最大值為
- (A) 3 (B) 5 (C) 7 (D) 9。
19. 已知圓 $C: x^2 + y^2 = 1$ 與直線 $L: 3x - 4y = k$ 相切，則實數 $k =$
- (A) ± 1 (B) ± 5 (C) ± 7 (D) ± 10 。
20. 已知空間中三點坐標分別為 $A(-1, 0, 3)$ ， $B(-4, 2, -3)$ ， $C(1, -6, 0)$ ，則三角形 ABC 的形狀為
- (A) 等腰銳角三角形 (B) 等腰鈍角三角形 (C) 等腰直角三角形 (D) 正三角形。
21. 在空間中，已知 $\vec{a} = (2, -4, 5)$ ， $\vec{b} = (4, -2, 4)$ ，則 \vec{a} 在 \vec{b} 上的正射影長為
- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6。
22. 空間中兩平面 $E_1: x - 2y + z = 3$ 和 $E_2: x + y - 2z = 3$ 的夾角為
- (A) 30° 與 150° (B) 45° 與 135° (C) 60° 與 120° (D) 90° 。
23. 空間中兩直線 $L_1: \frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z}{3}$ 與 $L_2: \frac{x-3}{1} = \frac{y+7}{-3} = \frac{z-7}{2}$ 的關係為
- (A) 重合 (B) 平行 (C) 恰交於一點 (D) 歪斜。
24. 若 A 、 B 、 C 均為二階方陣， I 為二階單位方陣， O 為二階零方陣，請選出正確的選項。
- (A) $(A+I)(A-I) = A^2 - I$ (B) $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ (C) 若 $AB = AC$ ，則 $B = C$
(D) 若 $AB = O$ ，則 $A = O$ 或 $B = O$ 。
25. 已知 a, b, c, d 均為實數，且二階方陣 $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ 滿足 $A \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ ， $A \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \end{bmatrix}$ ，則 $a+b+c+d =$
- (A) -3 (B) 3 (C) 21 (D) 27。
26. 一箱子中有 9 個燈泡，已知當中只有 1 個是壞的，其餘都是好的。今從此箱子中任取 3 個燈泡測試，則取出的燈泡中，壞燈泡個數的期望值為
- (A) $\frac{1}{9}$ (B) $\frac{2}{9}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{2}{3}$ 。
27. 投擲一個公正的硬幣 10 次，若恰好在第 10 次出現第 3 次正面的機率為 $\frac{x}{1024}$ ，則 $x =$
- (A) 36 (B) 45 (C) 84 (D) 120。

28. 投擲兩個公正的硬幣 96 次，隨機變數 X 表示兩個硬幣都出現正面的次數，則 X 的標準差為
 (A) 3 (B) $2\sqrt{3}$ (C) $3\sqrt{2}$ (D) $2\sqrt{6}$ 。
29. 有一個研究想要了解參與某活動的滿意度，在抽樣調查後發現：在 95% 的信心水準之下，滿意度的信賴區間為 $[0.45, 0.55]$ ，則此研究共調查幾個樣本？
 (A) 100 (B) 400 (C) 1000 (D) 2500。
30. 某次數學競賽共 1000 人參加，已知該競賽全體成績平均 60 分、標準差 10 分，且成績呈常態分布。若甲生於該競賽獲得 80 分，則甲生於此次競賽的名次最接近第幾名？
 (A) 2 (B) 25 (C) 100 (D) 160。

貳、多重選擇題：(一) 共十題，題號自第 31 題至第 40 題，每題四分，計四十分。

(二) 每題五個選項各自獨立其中至少有一個選項是正確的，每題皆不倒扣，五個選項全部答對得該題全部分數，只錯一個選項可得一半分數，錯兩個或兩個以上選項不給分。

(三) 請將正確答案以 2 B 鉛筆劃記於答案卡內。

31. 設 a, b 均為實數，且二次函數 $f(x) = a(x-1)^2 + b$ 滿足 $f(3) > 0$ 、 $f(4) < 0$ ，請選出正確的選項。
 (A) $a < 0$ (B) $b < 0$ (C) $f(0) > 0$ (D) $f(-1) > 0$ (E) $f(-2) > 0$ 。
32. 在坐標平面上，已知 $y = f(x)$ 的三次多項式函數通過 $(-1, 0), (0, -2), (2, 0), (3, 40)$ ，則下列哪些選項為多項式 $f(x)$ 的因式？
 (A) $x+1$ (B) $x-1$ (C) $x+2$ (D) $x-2$ (E) $3x+1$ 。
33. 請選出正確的選項：
 (A) $\log_6(7+8) = (\log_6 7) \times (\log_6 8)$ (B) $\log_6 \frac{7}{8} = \log_6 7 - \log_6 8$ (C) $\log_6 7 + \log_{6^{-1}} 7^{-1} = 0$
 (D) $\log_6 7 = \log_{36} 49$ (E) $6^{\log_7 8} = 8^{\log_7 6}$ 。
34. 從 3 位女生與 4 位男生中(共 7 位)選出 5 人，並規定選出的人當中女生至少要 2 位，則選法有幾種？
 (A) $C_2^3 C_3^5$ (B) $C_2^3 C_3^4 + C_3^3 C_2^4$ (C) $C_5^7 - C_1^3 C_4^4$ (D) $C_2^7 C_3^5$ (E) $P_2^3 P_3^4 + P_3^3 P_2^4$ 。
35. 設 A, B 為樣本空間 S 中的兩事件，且 $P(A) = \frac{3}{4}$ 、 $P(B) = \frac{3}{8}$ 、 $P(A \cup B) = \frac{7}{8}$ ，請選出正確的選項。
 (A) $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$ (B) $P(B|A) = \frac{1}{3}$ (C) $P(A|B) = \frac{1}{3}$ (D) A 與 B 為互斥事件 (E) A 與 B 為獨立事件。
36. 已知有十位同學在某次段考的數學科成績(X)與自然科成績(Y)之結果如下表所示：
- | | | | | | | | | | | |
|--------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 座號 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 數學科成績(X) | 70 | 80 | 90 | 80 | 70 | 80 | 60 | 40 | 80 | 70 |
| 自然科成績(Y) | 65 | 74 | 83 | 74 | 65 | 74 | 56 | 38 | 74 | 65 |
- 關於這十位同學於此次段考的數學科成績(X)與自然科成績(Y)，請選出正確的選項。
 (A) $Y = \frac{9}{10}X + 2$ (B) Y 之平均數 $= \frac{9}{10} \times (X$ 之平均數) $+ 2$ (C) Y 之中位數 $= \frac{9}{10} \times (X$ 之中位數) $+ 2$
 (D) X 的標準差與 Y 的標準差相同 (E) X 與 Y 的相關係數為 1。
37. 設 $\langle a_n \rangle$ 為每一項均為實數的等差數列， S_n 為此數列的前 n 項之和，已知 $S_{2014} = 0$ 且 $a_{103} = 103$ ，請選出正確的選項。
 (A) $a_1 = 1$ (B) $a_{1007} = 0$ (C) $a_2 + a_{2013} = 0$ (D) $a_{1912} = -103$
 (E) $a_{103} + a_{104} + \cdots + a_{1913} > 0$ 。

38. 在坐標平面中，已知方程式 $x^2 + y^2 - 4x + 2y - k^2 - k + 11 = 0$ 的圖形為一圓，則實數 k 可能的值為
(A) -5 (B) -1 (C) 0 (D) 1 (E) 5 。

39. 下列哪些增廣矩陣所表示的一次聯立方程式恰有一組解？

(A) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 3 & 6 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 3 & 6 \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ (E) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ 。

40. 投擲一個公正的硬幣 3 次，A 表示至少有一次正面的事件，B 表示第二次是正面的事件，C 表示三次為同一面的事件，請選出正確的選項。

(A) $P(A) = \frac{7}{8}$ (B) $P(C) = \frac{1}{4}$ (C) $P(A \cap B) = \frac{1}{2}$ (D) A 與 B 為獨立事件
(E) B 與 C 為獨立事件 。

專科警員班第33期正期組 – 乙組標準解答

國文標準答案		中外歷史標準答案		中外地理標準答案		數學乙標準答案		英文標準答案	
題號	答案	題號	答案	題號	答案	題號	答案	題號	答案
1	D	1	C	1	D	1	A	1	B
2	B	2	C	2	B	2	B	2	C
3	D	3	B	3	D	3	D	3	A
4	C	4	C	4	B	4	A	4	B
5	B	5	C	5	D	5	A	5	D
6	A	6	B	6	B	6	B	6	A
7	C	7	D	7	B	7	B	7	C
8	C	8	C	8	C	8	C	8	B
9	D	9	C	9	C	9	D	9	A
10	C	10	B	10	D	10	D	10	D
11	D	11	C	11	B	11	B	11	B
12	B	12	A	12	D	12	A	12	C
13	D	13	D	13	D	13	送分	13	B
14	C	14	A	14	D	14	D	14	A
15	A	15	B	15	D	15	D	15	D
16	B	16	A	16	C	16	A	16	C
17	B	17	C	17	C	17	C	17	A
18	A	18	D	18	B	18	C	18	C
19	A	19	C	19	B	19	B	19	D
20	C	20	C	20	D	20	C	20	D
21	C	21	A	21	D	21	D	21	C
22	B	22	D	22	D	22	C	22	B
23	C	23	B	23	C	23	D	23	A
24	D	24	B	24	A	24	A	24	C
25	B	25	D	25	B	25	B	25	B
26	A	26	C	26	C	26	C	26	A
27	B	27	A	27	A	27	A	27	A
28	D	28	B	28	A	28	C	28	D
29	C	29	D	29	C	29	B	29	B
30	A	30	C	30	D	30	B	30	C
		31	ABD	31	ADE	31	ACD	31	BC
		32	CE	32	AC	32	ADE	32	BD
		33	BDE	33	BCDE	33	BDE	33	A
		34	ABDE	34	AE	34	BC	34	BD
		35	ABD	35	AC	35	AB	35	ADE
		36	ABD	36	AB	36	ABCE	36	BCD
		37	BCDE	37	BC	37	CD	37	ABD
		38	ACD	38	ABDE	38	AE	38	AB
		39	BDE	39	ABC	39	AB	39	C
		40	BCD	40	AC	40	ABCE	40	AD