

臺灣警察專科學校專科警員班三十三期（正期學生組）新生入學考試甲組數學科試題

壹、單選題：（一）三十題，題號自第 1 題至第 30 題，每題二分，計六十分。

（二）未作答者不給分，答錯者不倒扣。

（三）請將正確答案以 2 B 鉛筆劃記於答案卡內。

1. 計算 $(1+3^{-2}) \times (1-\frac{1}{\sqrt[3]{64}}) =$

- (A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{5}{6}$ (C) $\frac{10}{13}$ (D) $\frac{15}{2}$ 。

2. 級數 $1 \cdot 3^0 + 3 \cdot 3^1 + 5 \cdot 3^2 + 7 \cdot 3^3 + 9 \cdot 3^4 =$

- (A) $\sum_{n=1}^4 (2n-1) \cdot 3^{n-1}$ (B) $\sum_{n=1}^5 (2n-1) \cdot 3^{n-1}$ (C) $\sum_{n=0}^4 (2n+1) \cdot 3^{n+1}$ (D) $\sum_{n=0}^5 (2n-1) \cdot 3^{n-1}$ 。

3. 設複數 $z = i^{103} + 5i^{18}$ ，其中 $i = \sqrt{-1}$ ，則 $z =$

- (A) -6 (B) $5+i$ (C) $5-i$ (D) $-5-i$ 。

4. 設 $A(a)$ ， $B(b)$ 是數線上給定的兩點，其中 $a>0$ ， $b>0$ ，若點 $P(x)$ 介於 A ， B 之間，且 $\overline{AP}:\overline{BP} = \frac{1}{b}:\frac{1}{a}$ ，則 $x =$

- (A) $a+b$ (B) $\frac{ab}{2a+2b}$ (C) $\frac{2ab}{a+b}$ (D) $\frac{2a+2b}{ab}$ 。

5. 請問滿足絕對值不等式 $|1-2x| \leq 5$ 的實數 x 所形成的區間，其長度為下列哪一個選項？

- (A) 5 (B) 7 (C) 9 (D) 11 。

6. 坐標平面上三點 $A(3, -2)$ 、 $B(9, -2)$ 、 $O(0, 0)$ ，直線 $L: 2x-y=4$ 上有一點 P 滿足 $\overline{PA} = \overline{PB}$ ，則 $\overline{OP} =$

- (A) 5 (B) 6 (C) 8 (D) 10 。

7. 已知等比數列 $\langle a_n \rangle$ 中，若 $a_3 \times a_6 = 3$ ，則 $a_1 \times a_2 \times a_3 \times a_4 \times a_5 \times a_6 \times a_7 \times a_8 =$

- (A) 27 (B) 63 (C) 81 (D) 243 。

8. 已知 $\triangle ABC$ 中， $\overline{BC} = 6$ ， $\overline{CA} = 10$ ， $\angle ACB = 120^\circ$ ，則 \overline{AB} 長為

- (A) 7 (B) 10 (C) 12 (D) 14 。

9. 有 12 個人，甲、乙是其中二人，自此 12 人中選出 5 人，其中甲、乙二人中恰一人被選上的選法有幾種？

- (A) 330 (B) 420 (C) 540 (D) 660 。

10. 設兩正數 p, q 滿足 $p^2 + 4q^2 = 6$ ，則 $(p+2q)^2$ 的最大值為

- (A) 8 (B) 10 (C) 12 (D) 16 。

11. 設 $\log 2 = a$ ， $\log 3 = b$ ，則 $\log \frac{12}{5} =$

- (A) $2a-b-1$ (B) $2a+b+1$ (C) $3a-b-1$ (D) $3a+b-1$ 。

12. 設二次函數 $f(x) = ax^2 + bx, a > 0$ 。若 $f(9) < 0, f(10) > 0$ ，請問下列哪一個函數值最小？
 (A) $f(3)$ (B) $f(4)$ (C) $f(5)$ (D) $f(6)$ 。
13. 袋中有 1 號球 1 個，2 號球 2 個，3 號球 3 個，4 號球 4 個。今由袋中任取一球(每球被抽中的機會均等)，若抽得 k 號球可得 k 元，則任意抽取一球的期望值為
 (A) $\frac{8}{3}$ 元 (B) 3 元 (C) $\frac{10}{3}$ 元 (D) $\frac{11}{3}$ 元。
14. 有一圓 C 通過點 $(5, 5)$ ，且與圓 $x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$ 有相同的圓心，則圓 C 的面積為
 (A) 9π (B) 16π (C) 20π (D) 25π 。
15. 將 7 個相同的白球全部分給甲，乙，丙三人，其中甲至少分得一件的方法有幾種？
 (A) 28 (B) 32 (C) 36 (D) 42。
16. 設有 10 筆 (X, Y) 的數據資料 (x_i, y_i) 其中 $i=1, 2, \dots, 10$ ，已知 X 的標準差 $S_X = 3$ ， Y 的標準差 $S_Y = 2$ ，且 X 與 Y 的相關係數 $r = 0.6$ ，則 Y 對 X 的迴歸直線斜率為
 (A) 0.3 (B) 0.4 (C) 0.5 (D) 0.6。
17. 坐標空間中，一平面 E 包含點 $P(1, 2, 3)$ 與 x 軸，若點 $(7, 6, \beta)$ 在 E 上，則 $\beta =$
 (A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12。
18. 滿足不等式 $(x^2 + 2x + 3)(x^2 + x - 4) < 0$ 的整數解有幾個？
 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4。
19. 擲一枚均勻的硬幣四次，則至少出現三次正面的機率為
 (A) $\frac{5}{16}$ (B) $\frac{6}{16}$ (C) $\frac{7}{16}$ (D) $\frac{8}{16}$ 。
20. 給定一正三角形 ABC ，若向量內積 $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = \frac{9}{2}$ ，則三角形 ABC 的周長為
 (A) 6 (B) $6\sqrt{3}$ (C) 9 (D) $9\sqrt{3}$ 。
21. 設 $(1+x)^6 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5 + a_6x^6$ ，則 $a_1 + a_3 + a_5 =$
 (A) 16 (B) 24 (C) 32 (D) 64。
22. 拋物線 $y^2 - 4x - 2y - 7 = 0$ 的焦點坐標為
 (A) $(-1, 1)$ (B) $(-2, 1)$ (C) $(2, 1)$ (D) $(-2, 2)$ 。
23. 設 $-2\pi \leq x \leq 2\pi$ ，則方程式 $\sin x = -\frac{1}{5}$ 的所有實根的和為
 (A) 2π (B) 3π (C) 4π (D) 5π 。
24. 設 A, B 為樣本空間 S 中的兩事件，若 A, B 是獨立事件且 $P(A) = \frac{1}{3}, P(A \cup B) = \frac{2}{3}$ ，則 $P(B) =$
 (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{3}{4}$ 。

25. $\lim_{n \rightarrow \infty} [(\sqrt{n+1} - \sqrt{n})\sqrt{n}] =$

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) 1

26. 已知坐標平面上四點 $A(0, 0)$ 、 $B(x_1, y_1)$ 、 $C(x_2, y_2)$ 、 $D(5x_1 - 3x_2, 5y_1 - 3y_2)$ ，若 $\triangle ABC$ 的面積為 7，則 $\triangle ABD$ 的面積為

- (A) 14 (B) 21 (C) 27 (D) 35

27. 若 $\sqrt{1-x^2} = x+k$ 恰有兩個相異實根，則實數 k 之範圍為

- (A) $1 \leq k \leq \sqrt{2}$ (B) $1 \leq k < \sqrt{2}$ (C) $-1 \leq k \leq \sqrt{2}$ (D) $-1 \leq k < \sqrt{2}$

28. 設 a, b 為實數，若方程式 $x^4 - 5x^3 + 2x^2 + ax + b = 0$ 有一虛根 $1 + \sqrt{2}i$ ，則 $a + b =$

- (A) -10 (B) -12 (C) -14 (D) -16

29. 橢圓 $\Gamma: \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ 上任一點 P ，到直線 $L: x - 2y + 15 = 0$ 的距離之最小值為

- (A) $\sqrt{5}$ (B) $2\sqrt{5}$ (C) $3\sqrt{5}$ (D) $4\sqrt{5}$

30. 設 \vec{AB} ， \vec{AC} ， \vec{AD} 為坐標空間中三向量，並以 $\vec{AB} \times \vec{AC}$ 表示 \vec{AB} 與 \vec{AC} 的外積。若 $\vec{AB} = (2, 1, -1)$ ， $\vec{AC} = (-1, 1, 3)$ ，且 \vec{AD} 在 $\vec{AB} \times \vec{AC}$ 上之正射影向量為 $(-12, 15, -9)$ ，則由 \vec{AB} ， \vec{AC} ， \vec{AD} 為相鄰三邊所展成的平行六面體體積為

- (A) 50 (B) 100 (C) 150 (D) 200

貳、多重選擇題：(一) 共十題，題號自第 31 題至第 40 題，每題四分，計四十分。

(二) 每題五個選項各自獨立其中至少有一個選項是正確的，每題皆不倒扣，五個選項全部答對得該題全部分數，只錯一個選項可得一半分數，錯兩個或兩個以上選項不給分。

(三) 請將正確答案以 2B 鉛筆劃記於答案卡內。

31. 坐標平面上，一直線 L 的 x 截距為 2， y 截距為 -3，則下列哪些選項是正確的？

- (A) 點 $(4, 3)$ 在 L 上 (B) L 的圖形不經過第二象限 (C) 直線 L 的斜率為 $-\frac{3}{2}$
 (D) L 與直線 $3x + 2y = 0$ 垂直 (E) 向量 $(3, -2)$ 為 L 的一個法向量

32. 二階方陣 $A = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$ ， $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ，若 $(3I - A)$ 的乘法反方陣為 $B = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$ ，則下列哪些選項是正確的？

- (A) $a < 0$ (B) $a = 2b$ (C) $b = d - c$ (D) $a + c = b + d$ (E) $a + b = c + d$

33. 若 $\sin \theta = \frac{4}{5}$ ，且 $90^\circ < \theta < 180^\circ$ ，則下列哪些選項是正確的？

- (A) $\cos \theta = -\frac{3}{5}$ (B) $\tan \theta = \frac{4}{3}$ (C) $\cos(270^\circ + \theta) = \frac{4}{5}$
 (D) $\sin(180^\circ + \theta) = -\frac{4}{5}$ (E) $\sin 2\theta = -\frac{12}{25}$

34. 已知 $P(2, 3, -4)$ 是坐標空間上的一點，則下列哪些選項是正確的？

- (A) P 到 xy 平面的距離為 4 (B) P 到 x 軸之距離為 5
(C) P 到原點距離為 $\sqrt{29}$ (D) P 在 yz 平面的正射影點為 $(0, 3, -4)$
(E) P 對於 x 軸的對稱點為 $(-2, 3, -4)$ 。

35. 設函數 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & \text{若 } x \geq 1 \\ 2x + 3, & \text{若 } x < 1 \end{cases}$ ，則下列哪些選項是正確的？

- (A) $f(0) = 3$ (B) $f(1) = 5$ (C) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$ (D) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$ (E) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 5$ 。

36. 已知 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{BC} = 7$ ， $\overline{AC} = 5$ ， $\angle ACB$ 的角平分線 \overline{CD} 交 \overline{AB} 於 D ， I 為 $\triangle ABC$ 之內心，則下列哪些選項是正確的？

- (A) $\overline{AD} : \overline{DB} = 5 : 7$ (B) $\overline{AD} = \frac{5}{2}$ (C) $\overline{CI} : \overline{ID} = 2 : 1$
(D) $\overrightarrow{CD} = 7\overrightarrow{CA} + 5\overrightarrow{CB}$ (E) $\overrightarrow{AI} = \frac{5}{18}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ 。

37. 已知空間中二點 $A(1, 2, 3)$ ， $B(4, 5, 6)$ ，平面 $E: x - y + z = 1$ ，直線 AB 交 E 於 P ，則下列哪些選項是正確的？

- (A) 點 $(7, 8, 9)$ 在直線 AB 上 (B) 點 A 與 E 的距離為 $\frac{1}{3}$
(C) 線段 \overline{AB} 的垂直平分面方程式為 $x + y + z = 21$ (D) $\overline{PA} : \overline{PB} = 1 : 4$
(E) P 點坐標為 $(0, 1, 2)$ 。

38. 設複數 $z = \cos 60^\circ + i \sin 60^\circ$ ，則下列哪些選項是正確的？

- (A) $z^3 = 1$ (B) $\frac{1}{z} = \cos 60^\circ - i \sin 60^\circ$ (C) $|z^4| = 1$ (D) $z^5 = z^{11}$ (E) $|z - z^2| = 1$ 。

39. 有甲、乙兩個袋子，甲袋內有大小相同的黑球 1 個和白球 3 個，乙袋內有大小相同的黑球 2 個和白球 4 個。現從甲、乙兩個袋內各任取 1 個球(每個球被取到的機會均等)。設隨機變數 X 為取出的 2 個球中黑球的個數。則下列哪些選項是正確的？

- (A) $P(X=0) = \frac{1}{2}$ (B) $P(X=1) = \frac{5}{12}$ (C) $P(X=2) = \frac{1}{24}$
(D) X 的期望值為 $\frac{1}{3}$ (E) X 的標準差為 $\frac{\sqrt{59}}{12}$ 。

40. 關於雙曲線 $\Gamma: x^2 - y^2 - 2x + 2y - 3 = 0$ 之敘述，下列哪些選項是正確的？

- (A) Γ 的貫軸在直線 $y = 1$ 上 (B) Γ 的兩條漸近線互相垂直
(C) $x + y = 2$ 為 Γ 的一條漸近線 (D) 共軛軸長為 3
(E) $(\sqrt{6} + 1, 1)$ 為 Γ 的一個焦點。

專科警員班第33期正期組 – 甲組標準解答

國文標準答案		物理標準答案		化學標準答案		數學甲標準答案		英文標準答案	
題號	答案	題號	答案	題號	答案	題號	答案	題號	答案
1	D	1	B	1	B	1	B	1	B
2	B	2	D	2	D	2	B	2	C
3	D	3	D	3	A	3	D	3	A
4	C	4	C	4	D	4	C	4	B
5	B	5	B	5	C	5	A	5	D
6	A	6	D	6	B	6	D	6	A
7	C	7	D	7	B	7	C	7	C
8	C	8	A	8	B	8	D	8	B
9	D	9	B	9	C	9	B	9	A
10	C	10	C	10	A	10	C	10	D
11	D	11	A	11	A	11	D	11	B
12	B	12	C	12	D	12	C	12	C
13	D	13	B	13	B	13	B	13	B
14	C	14	A	14	C	14	D	14	A
15	A	15	A	15	D	15	A	15	D
16	B	16	D	16	A	16	B	16	C
17	B	17	C	17	C	17	A	17	A
18	A	18	D	18	A	18	D	18	C
19	A	19	A	19	D	19	A	19	D
20	C	20	D	20	C	20	C	20	D
21	C	21	D	21	D	21	C	21	C
22	B	22	C	22	C	22	A	22	B
23	C	23	D	23	D	23	A	23	A
24	D	24	C	24	B	24	B	24	C
25	B	25	D	25	A	25	A	25	B
26	A	26	D	26	A	26	B	26	A
27	B	27	A	27	B	27	A	27	A
28	D	28	C	28	C	28	D	28	D
29	C	29	D	29	B	29	B	29	B
30	A	30	A	30	C	30	C	30	C
		31	ABDE	31	CD	31	ABE	31	BC
		32	AE	32	BD	32	AD	32	BD
		33	BE	33	ABE	33	ACD	33	A
		34	CDE	34	ABDE	34	ABCD	34	BD
		35	AE	35	BCD	35	AE	35	ADE
		36	CD	36	ACE	36	ABCE	36	BCD
		37	CE	37	AD	37	ADE	37	ABD
		38	BCE	38	ABCDE	38	BCDE	38	AB
		39	AE	39	ACDE	39	ABE	39	C
		40	BE	40	ABCD	40	ABCE	40	AD